ARTUR BĂLĂUCĂ

STELA BOGHIAN
STELIAN SFECLĂ
LUCIAN GLOAMBEŞ
MARIANA CIOBANAŞU
LENUŢA PÂRLOG
IONEL NECHIFOR
IOAN CIOBANAŞU
CONSTANTIN SARAOLU
EUGENIA NOANĂ

MATEMATICĂ

36 DE VARIANTE DE TESTE PENTRU TEZA CU SUBIECT UNIC

clasa a VIII-a

SEMESTRUL II

Editura Taida
Succesul tău începe cu noi!

Scanned with OKEN Scanner

ARTUR BĂLĂUCĂ

S. BOGHIAN
S. SFECLĂ
L. GLOAMBEŞ
M. CIOBANAŞU
L. PÂRLOG
I. NECHIFOR
I. CIOBANAŞU
C. SARAOLU
E. NOANĂ

MATEMATICĂ
36
DE VARIANTE DE TESTE
PENTRU
TEZA CU SUBIECT UNIC

clasa a VIII-a

SEMESTRUL II

Editura TAIDA
– IAŞI –

Scanned with OKEN Scanner

© Editura **TAIDA**

Toate drepturile aparţin Editurii TAIDA. Nicio parte a acestei cărţi nu poate fi retipărită, reprodusă sau utilizată în orice alt fel, inclusiv prin fotocopiere sau în formă electronică, fără avizul prealabil în scris al editurii.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
Matematică. 36 de variante de teste pentru teza cu subiect unic, clasa a VIII-a, Semestrul II
Artur Bălăucă, S. Boghian, M. Ciobanaşu, I. Ciobanaşu, S. Sfeclă, L. Pârlog, C. Saraolu, L. Gloambeş, I. Nechifor, E. Noană

Iaşi, TAIDA, 2007
p. 104; 14 x 20 cm;

ISBN: **978-973-7669-55-1**

51(075.33)(079.1)

PENTRU COMENZI VĂ RUGĂM SĂ VĂ ADRESAŢI EDITURII TAIDA

- **La adresa:** ***Str. Vasile Lupu, nr. 70-74, Bl. P3, sc. 3, et. 3, ap. 12, Iaşi – 700309***
- **Telefonic: 0232.270250; 0232.270260; 0332.436194**
- **Prin fax: 0232.270250; 0232.270260**
- **Prin email:** *edituratadaiasi@yahoo.com*
  office@edituratadaiasi.ro
- **Web:** *www.edituratadaiasi.ro*

www. edituratadaiasi. ro

Scanned with OKEN Scanner

PRECIZĂRI PRIVIND CERINȚELE VARIANTELOR ŞI REDACTAREA SOLUȚIILOR

Structura tezei. Teza unică este alcătuită din două părţi.

Prima parte conţine 12 itemi de completare, acordându-se 48 de puncte. La fiecare dintre cerinţe elevul este solicitat să scrie pe foaia de teză rezultatul care completează enunţul dat. Răspunsul scris va consta doar în menţionarea rezultatului obţinut în urma efectuării unui calcul, a unui raţionament, sau în precizarea denumirii unei noţiuni matematice studiate.

În problemele I.1. – I.4. se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 4 puncte, fie 0 puncte. Nu se acordă punctaje intermediare. Pe foaia de teză se scrie rezultatul corect lângă numărul din faţa exerciţiului.

Partea a doua conţine probleme cu răspuns deschis. La fiecare dintre acestea elevul este solicitat să redacteze rezolvarea completă şi să justifice pe foaia de teză rezultatele obţinute. Partea a doua conţine 3 probleme cu câte 2, 2 şi, respectiv, 4 subpuncte, acordându-se câte 10 puncte, 10 puncte şi, respectiv, 22 de puncte. Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem (am delimitat punctajul ca model la varianta 1).

Lucrarea conţine 36 de variante cu subiecte pentru teza unică. Ele cuprind întreaga problematică din programa elaborată de MECT pentru teza unică pe semestrul II al anului şcolar 2007-2008.

O particularitate a culegerii de faţă este faptul că cele 36 de variante propuse sunt astfel structurate şi prezentate, încât pot fi abordate integral de elevi chiar din primele săptămâni ale semestrului al doilea. Subiectele sunt concepute spre a fi rezolvate în două ore, conform precizărilor metodologiei de organizare şi desfăşurare a tezelor cu subiect unic. Pe măsura parcurgerii materiei, elevii pot folosi culegerea pentru autoevaluare, având soluţii complete pentru partea a doua a variantelor, precum şi indicaţii şi răspunsuri la prima parte.

Culegerea de faţă este un util şi bine structurat material pentru profesorii care doresc să pregătească sau să-şi verifice elevii pentru tezele cu subiect unic pe parcurs, nu numai în perioada de recapitulare de dinaintea tezelor.

- În total se acordă 100 de puncte din care 10 puncte sunt din oficiu;
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Nota se calculează prin împărţirea punctajului la 10.
- Timpul efectiv de lucru este de 2 ore.

Succes tuturor!

Scanned with OKEN Scanner

TEME SELECTATE DIN PROGRAMA ŞCOLARĂ PENTRU A FI EVALUATE PRIN TEZELE CU SUBIECT UNIC LA DISCIPLINA MATEMATICĂ

Clasa a VIII-a – anul şcolar 2007-2008

I. STATUTUL DISCIPLINEI

*Teza la **Matematică** în anul şcolar 2007-2008 are statut obligatoriu.*

*Teza la **Matematică** este o probă scrisă **cu durata de două ore.***

II. OBIECTIVELE DE EVALUARE

1. înţelegerea noţiunii de număr real şi a relaţiilor dintre mulţimile de numere studiate;

2. înţelegerea proprietăţilor operaţiilor cu numere reale;

3. aplicarea operaţiilor cu numere reale în calcule variate;

4. aproximarea numerelor reale, soluţiilor unei ecuaţii, inecuaţii sau a unor sisteme de ecuaţii;

5. aplicarea în rezolvarea problemelor a elementelor de logică şi de teoria mulţimilor;

6. utilizarea elementelor de calcul algebric;

7. identificarea unor dependenţe funcţionale şi a unor reguli de formare a şirurilor;

8. aplicarea teoriei specifice funcţiei de forma $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=ax+b\ (a, b\in\mathbb{R})$;

9. utilizarea elementelor de organizare a datelor; utilizarea elementelor de statistică şi probabilităţi;

10. utilizarea proprietăţilor figurilor geometrice în probleme de demonstraţie şi de calcul;

11. reprezentarea, prin desen, a unor figuri geometrice şi a unor corpuri geometrice cunoscute;

12. utilizarea instrumentelor geometrice;

13. transpunerea în limbaj matematic a enunţului unei probleme;

14. investigarea valorii de adevăr a unor enunţuri şi construirea unor generalizări;

15. redactarea coerentă şi completă a soluţiei unei probleme;

16. organizarea eficientă a abordării problemelor propuse şi a redactării soluţiilor lor.

III. CONŢINUTURI – SEMESTRUL II

ALGEBRĂ

• **Funcţii**

Noţiunea de funcţie.

Funcţii definite pe mulţimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule, reprezentare grafică.

Funcţii de tipul: $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax+b\ (a,\ b\ \in\mathbb{R})$; reprezentarea geometrică a graficului.

Scanned with OKEN Scanner

Funcţii de tipul: $f : A \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$), unde A este un interval sau o mulţime finită; reprezentare grafică. Punctele de intersecţie ale graficului unei funcţii cu axele de coordonate; punctul de intersecţie a graficelor a două funcţii; coliniaritatea a trei sau mai multor puncte. Aplicarea teoriei specifice funcţiilor în probleme de geometrie plană.

• **Ecuaţii şi inecuaţii**

Ecuaţii de forma $ax + b = 0$, unde a şi b sunt numere reale. Ecuaţii de forma $ax + by + c = 0$, unde a, b şi c sunt numere reale. Sisteme de ecuaţii de forma: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$, unde $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ sunt numere reale; rezolvare prin metoda substituţiei şi prin metoda reducerii; interpretare geometrică.

Inecuaţii de forma $ax + b > 0, (\geq, <, \leq)$, unde a şi b sunt numere reale.

Rezolvarea unor probleme cu ajutorul ecuaţiilor, inecuaţiilor şi a sistemelor de ecuaţii.

GEOMETRIE

• **Proiecţii ortogonale pe un plan**

Proiecţii de puncte, drepte, segmente.

Teorema celor trei perpendiculare; calculul distanţei de la un punct la o dreaptă.

Unghiul unei drepte cu un plan; lungimea proiecţiei unui segment.

Unghi diedru; unghi plan corespunzător diedrului; unghiul a două plane; plane perpendiculare.

Calculul unor distanţe şi măsuri de unghiuri pe feţele sau în interiorul corpurilor studiate.

• **Calcul de arii şi volume**

Aria şi volumul unui corp geometric.

Aria laterală, aria totală şi volumul prismei drepte cu baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat.

Aria laterală şi totală a paralelipipedului dreptunghic şi a cubului.

Aria laterală, aria totală şi volumul piramidei triunghiulare regulate, a piramidei patrulatere regulate şi a piramidei hexagonale regulate.

Aria laterală, aria totală şi volumul trunchiului de piramidă triunghiulară regulată, a trunchiului de piramidă patrulateră regulată şi a trunchiului de piramidă hexagonală regulată.

Aria laterală, aria totală şi volumul piramidei triunghiulare regulate, a piramidei patrulatere regulate şi a piramidei hexagonale regulate.

Cilindrul circular drept: descriere, desfăşurare, secţiuni paralele cu baza şi secţiuni axiale; aria laterală, aria totală şi volumul.

Conul circular drept: descriere, desfăşurare, secţiuni paralele cu baza şi secţiuni axiale; aria laterală, aria totală şi volumul.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA* 1

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Numărul tuturor funcțiilor definite pe mulțimea {-1; 3} cu valori în mulțimea {-3; 1} este egal cu... . (4p)

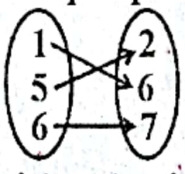
b) Dacă $f:\{-1;0;2\}\to\mathbb{R}$ și $f(x)=x+1$, atunci $f(2)$ este egal cu... . (4p)

c) Fiind date punctele $A(0;2)$ și $B(2;0)$, lungimea segmentului AB este egală cu... unități de lungime. (4p)

2. a) Soluția număr real a ecuației $x+2=-2$ este egală cu .... (4p)

b) Dacă soluția ecuației $4mx-3=3x+m$, $m\in\mathbb{R}$ este egală cu -1, atunci m este egal cu .... (4p)

c) Dacă $x+y=12$ și $x-y=2$, atunci $x=$... și $y=$... . (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Următoarea diagramă 

descrie o funcție“ este... . (4p)

b) Dacă $x+2\leq 3$, atunci x aparține intervalului [...; ...]. (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „$|x-2|\leq 0$, oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$“ este ... . (4p)

4. $ABCDA'B'C'D'$ este un cub în care $AB=10$ cm.

a) Suma lungimilor tuturor muchiilor este egală cu... cm (4p)

b) Lungimea proiecției diagonalei $A'C$ pe planul bazei este egală cu... cm. (4p)

c) Dacă acest cub se vopsește și se taie în cubulețe cu muchii de 1 cm, atunci numărul cubulețelor care au exact trei fețe vopsite este egal cu... cm. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Suma de 90 lei a fost plătită cu bancnote de 5 lei și 10 lei, în total 14 bancnote.

a) Câte bancnote de fiecare fel s-au utilizat? (5p)

b) Este posibil ca suma să fie plătită astfel încât numărul bancnotelor de 5 lei să fie egal cu numărul celor de 10 lei? (5p)

---

* **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 2 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**

Scanned with OKEN Scanner

2. Se consideră funcțiile $f: \{0; 1; 3; 5; 6\} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{3} \cdot x + 2$.

a) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de axe perpendiculare xOy. (5p)

b) Care dintre punctele $A(1; 3)$; $B(0; 2)$; $C(6; 4)$; $D(4; 3)$ aparțin graficului funcției f? (5p)

3. În figura alăturată, $ABCD$ este un dreptunghi. Pe planul dreptunghiului se ridică perpendiculara DE astfel încât $DE = 3a$, $m(\sphericalangle AED) = 30°$ și $m(\sphericalangle CED) = 45°$.

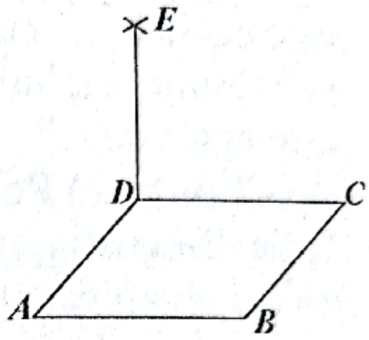


Fig. 1

a) Completați pe foaia de teză desenul din **figura 1** cu triunghiul ΔEAC. (7p)

Să se afle:

b) dimensiunile dreptunghiului $ABCD$; (5p)

c) distanța de la punctul E la dreapta AC; (5p)

d) distanța de la punctul D la planul (EAC). (5p)

VARIANTA 2

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Funcția $f: \{-1; 0; 2; 3\} \to \{0; 1; 3; 4\}$ este definită prin diagrama din **figura 1**.

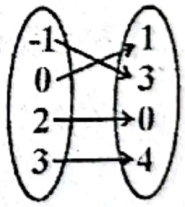


Fig. 1

a) Atunci $f(2)$ este egală cu … . (4p)

b) Dacă punctul $A(a; 4)$ aparține graficului funcției f, atunci a este egal cu… . (4p)

c) Rezultatul calculului $f(-1) + f(0) + f(2) + f(3)$ este egal cu… . (4p)

2. a) Cel mai mic număr natural, soluție a inecuației $2x - 1 > 2$ este egal cu…. (4p)

b) Soluția număr real a ecuației $2x - 2 = 3x + 4$ este egală cu… . (4p)

c) Soluția sistemului $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$ este egală cu (…, …). (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „perechea ordonată de numere reale (2,3) este soluție a ecuației $2x - y + 3 = 0$“ este … . (4p)

b) Dacă perechea ordonată de numere reale $(a, -2)$ este soluție a ecuației $x - y + 3 = 0$, atunci a =… . (4p)

Scanned with OKEN Scanner

c) Valoarea de adevăr a propoziției „graficul funcției $f:[-2;3]\to\mathbb{R}$ și $f(x)=3$ este o dreaptă“ este .... (4p)

4. $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic cu $AB=5\sqrt{3}$ cm, $BC=5$ cm și $AA'=10$ cm.

a) Lungimea diagonalei AC' este egală cu... cm. (4p)

b) Lungimea proiecției diagonalei AC' pe planul bazei (ABC) este egală cu... cm. (4p)

c) Măsura unghiului format de dreapta $A'C$ cu planul (ABC) este egală cu...°. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Se dă ecuația $ax+2=2x-a$, unde $a\in\mathbb{R}$.

a) Rezolvați ecuația pentru

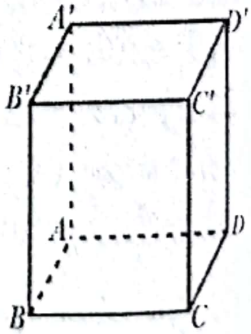
$$a=\left(\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right).$$ (5p)

b) Pentru ce valoare a lui a ecuația are soluția $x=2$? (5p)

2. a) Fie funcția $f:A\to B$. Dacă $f(x)=1-\frac{x}{2}$ și $A=\left\{x\in\mathbb{Z}\,/\,\frac{9}{x-1}\in\mathbb{Z}\right\}$, determinați mulțimea B (în care funcția ia valori) știind că ea are un număr minim de elemente. (5p)

b) Fie funcția $g:M\to N$. Dacă $g(x)=x^2+1$ și $N=\{1;5;10;17\}$, determinați mulțimea M (*domeniul funcției*) știind că ea are un număr maxim de elemente. (5p)

3. În figura alăturată, desenul reprezintă o cutie în formă de paralelipiped dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu dimensiunile $AB=16$ cm, $BC=CC'=8$ cm. O muscă pornește din vârful A, merge pe toate fețele laterale ale cutiei și ajunge în vârful A'.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu diagonala (AC'). (7p)

Să se afle:

b) lungimea diagonalei cutiei; (5p)

c) lungimea minimă a drumului; (5p)

d) cosinusul unghiului pe care trebuie să-l formeze drumul la pornire cu muchia AB pentru a fi cel mai scurt. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 3

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Fie funcția $f: A \to \{1; 3; 7; 11\}$, $f(x) = 2x + 1$.

a) Dacă $f(a) = 1$, atunci a este egal cu... . (4p)

b) Dacă $f(b) = 7$, atunci b este egal cu... . (4p)

c) Dacă fiecare element al mulțimii $\{1; 3; 7; 11\}$ este imaginea unui element din mulțimea A, atunci $A = \{...\}$. (4p)

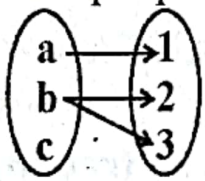
2. Se consideră ecuația $4x - y + 5 = 0$.

a) Dacă $y = 1$ atunci $x = ...$. (4p)

b) Dacă $x = 0$ atunci $y = ...$. (4p)

c) Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației date, reprezentată într-un sistem de axe perpendiculare este... . (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției:

„Diagrama următoare 

descrie o funcție“ este... . (4p)

b) Dacă $4x + 5 \geq 0$ atunci x aparține intervalului $[...; ...]$. (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ este o dreaptă“ este... . (4p)

4. Pe planul dreptunghiului $ABCD$ cu $AB = 6$ cm și $AD = 6\sqrt{3}$ cm se ridică perpendiculara AM, astfel încât $AM = 6$ cm.

a) Distanța de la punctul M la dreapta BC este egală cu...cm. (4p)

b) Măsura unghiului format de dreapta MD cu planul (ABC) este egală cu...°. (4p)

c) Distanța de la punctul A la planul (MBC) este egală cu... cm. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Se dă expresia: $E(x) = x^2 - 7x + 12$.

a) Să se arate că $E(x) = (x - 3)(x - 4)$. (5p)

b) Să se rezolve ecuația $E(x) = 0$. (5p)

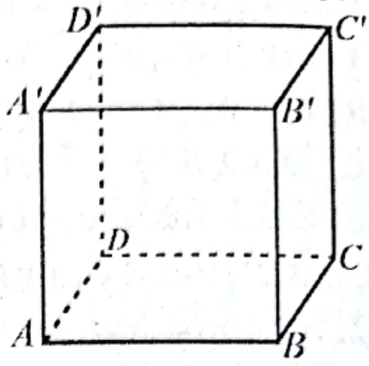
2. Se consideră funcțiile $f, g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$ și $g(x) = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$.

a) Să se reprezinte grafic în același sistem de axe perpendiculare xOy funcțiile f și g. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Să se demonstreze că reprezentările grafice ale celor două funcții determină un unghi cu măsura de 60°. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu muchia de lungime a.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[AC']$. (7p)

b) Calculați distanțele de la vârfurile B, A' și D ale cubului la diagonala AC'. (5p)

c) Arătați că diagonala AC' a cubului formează cu fețele cubului unghiuri congruente. (5p)

d) Dacă punctul N este centrul fetei $BCC'B'$ a cubului, arătați că $D'N \perp (MCB')$, unde punctul M este mijlocul muchiei $[AB]$. (5p)

VARIANTA 4

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Cel mai mare număr natural soluție a inecuației $2x - 3 < 4$ este egal cu... . (4p)

b) Soluția număr real a ecuației $2x - 1 = 3$ este egală cu... (4p)

c) Dacă perechea $(a; 2)$ este soluție a ecuației $-2x + y - 5 = 0$, atunci valoarea lui a este egală cu... . (4p)

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 2$.

a) Rezultatul calculului $f(0) \cdot f(2)$ este egal cu... . (4p)

b) Dacă punctul $A(a; 2)$ aparține graficului funcției f, atunci a este egal cu... . (4p)

c) Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $f(x) \leq 0$ este intervalul $[...; ...)$. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „$(z+5)^2 \geq 0$, oricare ar fi z număr real“ este... . (4p)

b) Valoarea de adevăr a propoziției „Dacă $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 0$ atunci $(x-2)^2 = 0$ și $(y+3)^2 = 0$ “ este... . (4p)

c) Numerele x, y și z care verifică relația: $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+5)^2 = 0$ sunt $x = ...$, $y = ...$ și $z = ...$. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

4. Planul pătratului $ABEF$ este perpendicular pe planul rombului $ABCD$. Se știe că $AB = 12$ cm și $m(\sphericalangle ABC) = 60°$.

a) Lungimea segmentului EC este egală cu... cm (4p)

b) Distanța de la punctul C la planul (ABE) este egală cu...cm .(4p)

c) Lungimea proiecției segmentului (BF) pe planul (ABC) este egală cu... cm. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Pentru a confecționa un cearșaf și trei fețe de pernă este nevoie de 3,5 m de material, iar pentru a confecționa două cearșafuri și o față de pernă este nevoie de 4,5 m de material.

a) Care este necesarul de material pentru un cearșaf? (5p)

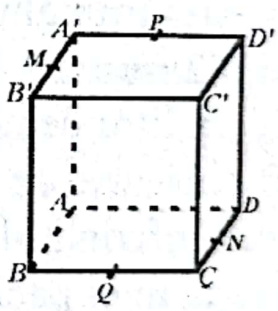
b) Câte seturi ce conțin un cearșaf și două fețe de pernă se pot face din 15 m de material, fără a avea pierderi de material? (5p)

2. Fie funcția $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 3$, unde $A = \{x \in \mathbb{R} / |x + 1| < 3\}$ și funcția $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$; $g(x) = 7 - 3x$.

a) Arătați că $A = (-4; 2)$; (5p)

b) Verificați dacă punctele $M(2; 1)$; $N(0; -3)$; $P(-3; -9)$ aparțin graficului funcției f. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu muchia de lungime a. Punctele M, N, P, Q sunt respectiv, mijloacele muchiilor $[A'B']$, $[DC]$, $[A'D']$, $[BC]$.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu patrulaterul $MPNQ$. (7p)

b) Arătați că patrulaterul $MPNQ$ este dreptunghi. (5p)

c) Aflați aria și perimetrul dreptunghiului $MPNQ$. (5p)

d) Aflați unghiul format de dreptele MN și PQ. (5p)

VARIANTA 5

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Cel mai mic număr real, soluție a inecuației $x - 1 \geq -2$ este numărul... . (4p)

b) Soluția număr real a ecuației $x + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ este egală cu... .(4p)

c) Dacă $|x| \leq 3$, atunci x aparține intervalului [...; ...]. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

2. Fie funcția $f: A \to B$ definită prin tabelul alăturat:

x	1	2	3	4
$f(x)$	4	5	6	7

a) $f(1)$ este egală cu... . (4p)

b) Mulțimea A = {...}. (4p)

c) Funcția $f(x)$ este definită prin formula $f(x)$=... . (4p)

3. a) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = 3x + 2$. Valoarea de adevăr a propoziției: „$\frac{f(a)-f(b)}{a-b} \in \mathbb{N}$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}, a \neq b$“ este.... (4p)

b) Valoarea de adevăr a propoziției „Soluția ecuației $5\sqrt{3}x - 2 = \sqrt{3}x + 6$ se află în intervalul (1; 2)“ este... . (4p)

c) Fiind date punctele $O(0; 0)$ și $A(3; 1)$, lungimea segmentului (AO) este egală cu... . (4p)

4. $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 4\sqrt{3}$ cm, $BC = 4$ cm și $AA' = 4$ cm.

a) Lungimea diagonalei AC' este egală cu... cm. (4p)

b) Distanța de la punctul D' la dreapta AB este egală cu... cm. (4p)

c) Aria triunghiului $D'AB$ este egală cu... cm^2. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Un litru de ulei costă 3 lei și un kilogram de făină costă 2 lei. O societate de binefacere vrea să ajute persoanele cu venituri mici oferindu-le pachete care conțin ulei și făină, astfel încât prețul unui pachet să fi de 20 lei.

a) În câte moduri se pot alcătui pachetele dacă cantitățile de ulei și de făină dintr-un pachet sunt exprimate prin numere naturale? (5p)

b) Cât ar trebui să fie prețul unui litru de ulei pentru ca într-un pachet să fie 5 litri de ulei și 2 kilograme de făină cu prețul de 2 lei? (5p)

2. Fie punctele $A(2; 1)$ și $B(3; -1)$.

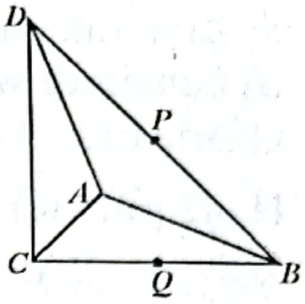
a) Reprezentați într-un sistem de axe perpendiculare xOy punctele A și B. (5p)

b) Fie punctul A' simetricul punctului A față de axa absciselor din sistemul de axe perpendiculare xOy.

Calculați aria triunghiului ABA'. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

3. În figura alăturată, triunghiul ABC este dreptunghic isoscel cu $AB = AC = a$. În punctul C pe planul triunghiului ABC se ridică perpendiculara CD, cu $CD = a\sqrt{3}$. Fie punctele P și Q mijloacele segmentelor (BD), respectiv (BC).



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[PQ]$. (7p)

b) Aflați distanța de la punctul D la dreapta AB. (5p)

c) Arătați că $(ABD) \perp (ACD)$. (5p)

d) Demonstrați că triunghiul APC este isoscel și determinați măsura unghiului dintre planele (ABC) și (APC). (5p)

VARIANTA 6

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Punctele $A(-1; -2)$ și $B(3; -1)$ sunt reprezentate într-un sistem de axe perpendiculare xOy. Lungimea segmentului $[AB]$ este egală cu... unități de lungime. (4p)

b) Dintre elementele mulțimii $\{-2; 1; 0; 2\}$, soluția ecuației $2x - 1 = 1$ este numărul... . (4p)

c) Mulțimea soluțiilor naturale ale inecuației $x - 4 < -2$ este $\{...\}$. (4p)

2. Se consideră funcția $f: [-5; 2] \to \mathbb{R}$ și $f(x) = x + 5$.

a) Valoarea maximă a funcției f este egală cu ... . (4p)

b) Valoarea minimă a funcției f este egală cu ... . (4p)

c) $f(x)$ aparține intervalului $[...; ...]$. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „$|x| \geq 3$ pentru orice x număr real“ este... . (4p)

b) Dacă perechea $(1; 1)$ este o soluție a ecuației $x + ay - 2 = 0$, unde $a \in \mathbb{R}$, atunci a este egal cu... . (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „perechea $(1; 1)$ este soluție a ecuației $x + 4y - 2 = 0$“ este... . (4p)

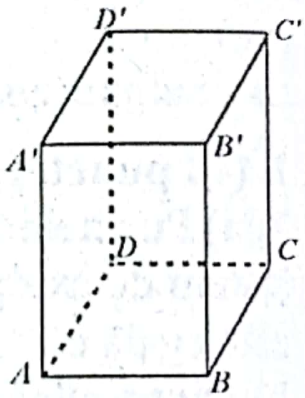
4. Tetraedrul $ABCD$ are toate muchiile egale cu 8 cm, iar punctele M, N și P sunt mijloacele muchiilor $[DA]$; $[DB]$, respectiv $[DC]$.

Scanned with OKEN Scanner

a) Aria triunghiului ABC este egală cu ... cm^2. (4p)
b) Lungimea segmentului $[MN]$ este egală cu ...cm. (4p)
c) Aria triunghiului MNP este egală cu ... cm^2. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

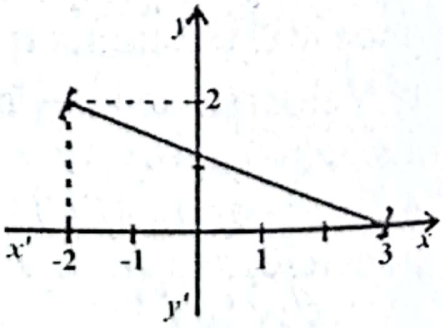
1. Fie ecuația: $\sqrt{2}(x-1)=1$.
a) Rezolvați ecuația. (5p)
b) Arătați că soluția ecuației se află în intervalul $(\sqrt{2}\,;2)$. (5p)
2. Fie punctele $A(0;4)$, $B(6;-4)$, $C(-5;-6)$.
a) Determinați funcția f a cărei reprezentare grafică este dreapta AB. (5p)
b) Dacă M este punctul de intersecție a dreptei AB cu axa Ox, arătați că $CM \perp AB$. (5p)
3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic. Diagonala BD' face cu planul bazei un unghi cu măsura de 60° și $AB = 8$ cm, iar $BC = 6$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[BD']$. (7p)
Aflați:
b) Distanța de la punctul A' la dreapta BC'. (5p)
c) Tangenta unghiului diedru format de planul (ABC') cu planul (ABC). (5p)
d) Distanța de la punctul A la planele (BCC') și (BDD'). (5p)

VARIANTA 7

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.
1. a) Soluția ecuației $2x-5=7$ este egală cu... . (4p)
b) Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ și $f(x)=-5x+3$. Atunci $f(2)=$... . (4p)
c) Domeniul de definiție al funcției descrise prin reprezentarea grafică din figura alăturată este intervalul [...; ...]. (4p)



2. a) Perechea (1; 2) este soluție a ecuației $(m-2)x+2y-5=0$, dacă valoarea lui m este egală cu... . (4p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Soluția inecuației $x-5>-2$ este intervalul ... . (4p)

c) Suma a două numere naturale consecutive este 15. Numerele sunt ... . (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Perechea (2; 3) este soluție a ecuației $x+y-5=0$" este ... . (4p)

b) Valoarea de adevăr a propoziției „Reprezentarea geometrică a graficului funcției $f:(-\infty;-2]\to\mathbb{R}, f(x)=2$ este o dreaptă" este... . (4p)

c) Fie funcția $f:\mathbb{N}\to\{0,1,2,3,4\}$ definită după legea $f(x)$ este restul împărțirii numărului natural n la 5. Atunci $f(34)$ este egal cu ... . (4p)

4. În **figura 1**, $MA\perp(ABC)$, $AB=AC=29$ cm, $BC=40$ cm și $AM=21$ cm.

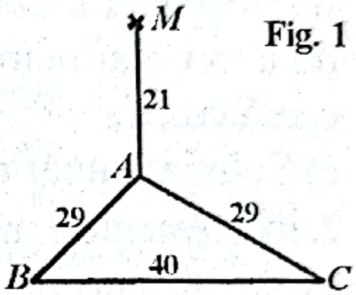


Fig. 1

a) Lungimea înălțimii corespunzătoare bazei triunghiului ABC este egală cu... cm. (4p)

b) Distanța de la punctul M la dreapta BC este egală cu... cm. (4p)

c) Măsura unghiului diedru format de planele (MBC) și (ABC) este egală cu...°. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. În laboratorul de chimie dacă se așează câte doi elevi la o masă, rămân în picioare 5 elevi, iar dacă se așează câte trei la o masă, rămân două mese libere și o masă numai cu 2 elevi.

a) Câte mese sunt în laboratorul de chimie? (5p)

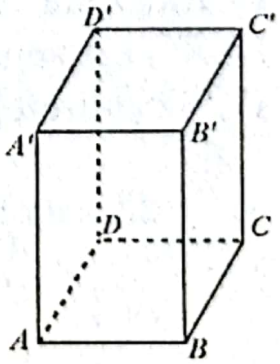
b) Câți elevi sunt în clasă? (5p)

2. Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ care îndeplinește condiția $2\cdot f(x)=3x-f(x)-1$.

a) Arătați că $f(x)=x-\frac{1}{3}$. (5p)

b) Reprezentați grafic funcția f și determinați aria suprafeței mărginite de axele de coordonate și reprezentarea geometrică a graficului funcției f. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic .Se știe că $AB=30$ cm, iar $BC=40$ cm și $AA'=120$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[BD']$. (7p)

Scanned with OKEN Scanner

Aflați:

b) Lungimea diagonalei paralelipipedului. (5p)

c) Distanța dintre dreptele AA' și $B'C'$. (5p)

d) Distanța de la punctul A la diagonala BD'. (5p)

VARIANTA 8

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Se dă funcția $f: \{-2; -1; 0; 1\} \to B$, $f(x) = x + 2$. Mulțimea valorilor funcției este $\{\ldots\}$. (4p)

b) Diferența a două numere este 40, iar unul dintre ele este de două ori mai mare decât celălalt. Suma celor două numere este egală cu... . (4p)

c) Soluția număr natural a ecuației $|2+x|=3$ este ... . (4p)

2. a) Elementele mulțimii $A=\{x \in \mathbb{Z} / -2 \leq 2x+1 < 3\}$ sunt .... (4p)

b) Simetricul punctului $A(2; 3)$ față de axa absciselor are coordonatele $x=\ldots$; $y=\ldots$. (4p)

c) Cel mai mare număr natural soluție a inecuației $x-5<3$ este numărul ... . (4p)

3. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ și $f(x) = -x + 2$.

a) Valoarea de adevăr a propoziției „graficul funcției intersectează axa Oy în punctul $A(2; 0)$“ este... . (4p)

b) Dacă punctul $B(a; 2)$ aparține graficului funcției f, atunci $a=\ldots$.(4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Aria triunghiului format de graficul funcției f și axele sistemului de coordonate xOy este egală cu 2 unități de arie“ este... . (4p)

4. $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic cu $AB=3$ cm, $BC=4$ cm și $AA'=12$ cm.

a) Volumul paralelipipedului este egal cu ... cm^3. (4p)

b) Lungimea diagonalei paralelipipedului este egală cu... cm.(4p)

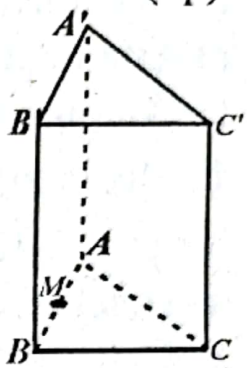
c) Tangenta unghiului format de diagonala AC' cu planul (ABC) este egală cu... cm.. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Se dă sistemul: $\begin{cases} |x|+|y|=3 \\ |x|+3|y|=7 \end{cases}$.

Scanned with OKEN Scanner

a) Arătați că perechea $(1; -2)$ este soluție a sistemului. (5p)
b) Rezolvați sistemul în $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. (5p)
2. Fie $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (a-3)x - 1; a \in \mathbb{R}$.
a) Pentru $a = 1$, reprezentați graficul funcției f. (5p)
b) Pentru $a = 1$, determinați un punct ce aparține graficului funcției f și care are abscisa egală cu dublul ordonatei. (5p)
3. În figura alăturată, $ABCA'B'C'$ este o prismă triunghiulară regulată cu baza ABC triunghi echilateral. Volumul prismei este egal cu $54\sqrt{3}\,cm^3$. Muchiile AB și BB' sunt congruente, iar punctul M este mijlocul laturii AB.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentele $[MC]$ și $[MB']$. (7p)
b) Calculați lungimea laturii AB. (5p)
c) Știind că $AB = 6$ cm, calculați distanța de la punctul B' la dreapta CM. (5p)
d) Calculați măsura unghiului planelor (MCB') și (ABB'). (5p)

VARIANTA 9

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.
1. Se consideră funcția $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}, f(x) = x+3$.
a) Valoarea funcției pentru $x = 1$ este egală cu ... . (4p)
b) Dacă punctul $A(a; 10)$ aparține graficului funcției f, atunci $a =$ ... . (4p)
c) Punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa ordonatelor este punctul $B(0; ...)$. (4p)
2. a) Elementele mulțimii $M = \{ x \in \mathbb{N} / x \leq \sqrt{7} \}$ sunt... . (4p)
b) Fie ecuația $2x + 3y - 8 = 0$. Dacă $x = 1$, atunci $y =$... . (4p)
c) Dacă $x + 2 < -3$, atunci x aparține intervalului (...; ...). (4p)
3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $g: [2; +\infty) \to \mathbb{R}, g(x) = x$ este o semidreaptă“ este... . (4p)
b) Soluția sistemului $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x-y=-8 \end{cases}$ este perechea ordonată (...; ...). (4p)

Scanned with OKEN Scanner

c) Dacă la un număr adunăm pe 3, rezultatul îl înmulțim cu 4 și noul rezultat se împarte la 5, se obține -24. Numărul este ... . (4p)

4. $VABC$ este un tetraedru cu toate muchiile egale cu 10 dm.

a) Lungimea proiecției muchiei (VA) pe planul (ABC) este egală cu... dm (4p)

b) Aria unei fețe a tetraedrului este egală cu ... dm^2. (4p)

c) Aria totală a tetraedrului este egală cu ... dm^2 (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Media aritmetică a două numere reale este $\sqrt{3}$, iar diferența lor este $2\sqrt{2}$.

a) Determinați cele două numere. (5p)

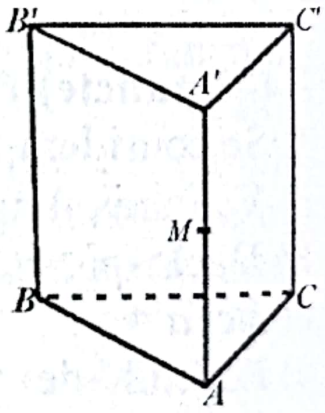
b) Calculați media lor geometrică. (5p)

2. Se dă funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a și b sunt numere reale.

a) Aflați a și b știind că graficul funcției conține punctele $A(-2;-11)$ și $B(\frac{1}{2};-1)$. (5p)

b) Pentru $a = 4$ și $b = -3$ reprezentați grafic funcția. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCA'B'C'$ este o prismă triunghiulară regulată cu baza triunghiul echilateral ABC și $AB = AA' = 2\sqrt{3}$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentele $[MB]$, $[MC]$, $[MB']$ și $[MC']$. (7p)

b) Calculați aria laterală a prismei. (5p)

c) Dacă interiorul unui vas are forma și dimensiunile prismei date, câți litri de apă încap în vas? (5p)

d) Fie punctul M mijlocul muchiei AA'. Demonstrați că $MBCC'B'$ este o piramidă patrulateră regulată și calculați volumul ei. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 10

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Simetricul punctului $B(2; 1)$ față de axa ordonatelor are coordonatele (...; ...) (4p)

b) Soluția număr real a ecuației $3x=\sqrt{3}$ este egală cu... (4p)

c) Soluția sistemului $\begin{cases} x = 2 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$ este $x=$ ..., $y =$ ... . (4p)

2. Se consideră funcția $f: \{1; 2; 3\} \to \mathbb{Z}$ și $f(x) = -2x$.

a) Calculând $f(2)$ obținem ... (4p)

b) Dacă punctul $A(a,-2)$ aparține graficului funcției f atunci $a=$ ... (4p)

c) Rezultatul calculului $f(2) \cdot f(3) : f(1)$ este egal cu... (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Perechea ordonată de numere $(-2; 3)$ este soluție a ecuației $2x+5y-11=0$" este... (4p)

b) Dacă $x+2<10$, atunci x aparține intervalului (...; ...)... (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f: (-\infty; -2] \to \mathbb{R}, f(x) = x+2$ este o dreaptă" este... (4p)

4. $ABCA'B'C'$ este o prismă triunghiulară regulată cu fețele laterale pătrate cu latura de 4 m.

a) Aria unei fețe laterale este egală cu... m^2. (4p)

b) Aria bazei este egală cu... m^2. (4p)

c) Aria totală a prismei este egală cu... m^2. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Andi are 140 lei, iar Bianca are 120 lei. Andi cheltuieşte în fiecare zi câte 10 lei, iar Bianca câte 8 lei.

a) După câte zile cei doi copii rămân cu sume egale de bani? (5p)

b) După câte zile suma de bani a lui Andi este cu 10 lei mai mare decât a Biancăi? (5p)

2. Se dau funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = (a+2)x - 2; a \in \mathbb{R}$ şi $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, g(x) = x - 3b; b \in \mathbb{R}$.

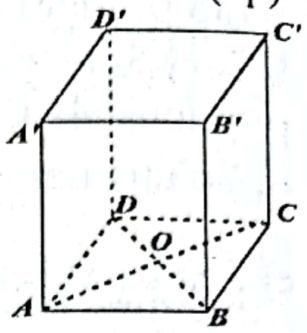
a) Arătați că $a = -2$ şi $b = 1$ dacă punctul $M(b, a)$ aparține graficelor celor două funcții reprezentat într-un sistem de axe perpendiculare xOy. (5p)

b) Dacă $a = -2$ şi $b = 1$, aflați aria suprafeței cuprinse între

Scanned with OKEN Scanner

reprezentările grafice ale celor două funcții și axele de coordonate Ox și Oy. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este o prismă dreaptă cu baza $ABCD$ pătrat, iar punctul O este centrul bazei. Lungimile muchiilor AB și AA' sunt direct proporționale cu 3, respectiv 6, iar aria totală a prismei este egală cu 360 cm^2.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[D'O]$. (7p)

b) Calculați lungimile muchiilor AB și AA'. (5p)

c) Știind că $AB = 6$ cm și $AA' = 12$ cm, calculați lungimea segmentului $[D'O]$, unde $\{O\} = AC \cap BD$. (5p)

d) Calculați măsura unghiului diedru al planelor $(D'AC)$ și $(D'DB)$. (5p)

VARIANTA 11

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Dacă $x - y + 3 = 0$ și $y = 3$, atunci $x = \ldots$ (4p)

b) Soluția număr real a ecuației $\sqrt{3}\,x = 3$ este egală cu... (4p)

c) Mulțimea soluțiilor inecuației $2x - 7 \geq 0$ este intervalul $[\ldots;\ldots)$ (4p)

2. Se consideră funcția $f: \{1; 3; 5\} \to \mathbb{R}$ și $f(x) = 3 - x$.

a) Calculând $f(5)$ obținem ... (4p)

b) Punctul de pe grafic ce are abscisa egală cu 1 este $A(1;\ldots)$ (4p)

c) Punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa absciselor are coordonatele $(\ldots; 0)$ (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Orice ecuație de forma $ax + b = 0$, $a \neq 0$ are o singură soluție“ este... (4p)

b) Numărătorul fracției $\frac{a}{b}$ este cu 8 mai mic decât numitorul. Dacă mărim pe a cu 5 și micșorăm pe b cu 1, obținem $\frac{8}{9}$. Atunci $\frac{a}{b} = \ldots$. (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Dacă dreapta AB este perpendiculară pe un plan α, atunci proiecția segmentului $[AB]$ pe planul α este un punct“ (4p)

Scanned with OKEN Scanner

4. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ cu $AB = 10$ cm, $BC = 6$ cm şi $AA' = 8$ cm.

a) Măsura unghiului format de muchia $[AA']$ cu planul bazei $ABCD$ este egală cu...° (4p)

b) Lungimea diagonalei $[AC']$ este egală cu... (4p)

c) Măsura unghiului format de diagonala AC' cu planul (ADD') este egală cu...° (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieţi rezolvările complete.

1. Reprezentaţi grafic funcţiile:

a) $f: A \to \mathbb{R}, f(x) = -x + 2$, unde $A = \{x \in \mathbb{Z} / |x - 1| \leq 2\}$; (5p)

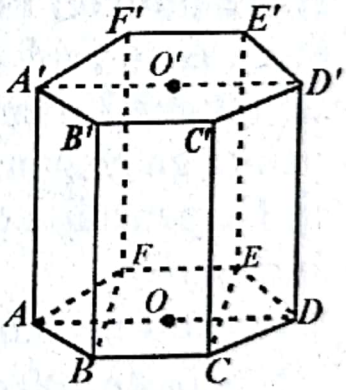
b) $f: (-\infty, -2) \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{2}x + 1$. (5p)

2. Un student are de scris o lucrare de 42 pagini.

a) Câte pagini ar trebui să scrie pe zi pentru a termina de scris lucrarea în 6 zile? (5p)

b) Dacă în fiecare zi ar scrie cu 3 pagini mai mult decât în ziua precedentă, ar termina de scris lucrarea în 4 zile. Câte pagini ar trebui să scrie în prima zi? (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ este o prismă hexagonală dreaptă cu toate muchiile de lungime 8 cm.



a) Copiaţi şi completaţi pe foaia de teză desenul cu segmentul $[OO']$, unde punctele O şi O' sunt centrele bazelor prismei. (7p)

Calculaţi:

b) Aria totală şi volumul prismei. (5p)

c) Măsura unghiului format de diagonala $A'C$ cu planul bazei. (5p)

d) Aria laterală şi volumul piramidei $O'ABCDEF$. (5p)

VARIANTA 12

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Soluţia număr real a ecuaţiei $x - \sqrt{7} = 0$ este egală cu... (4p)

b) Dacă $2x - 1 \leq 1$, atunci x aparţine intervalului (...; ...] (4p)

c) Simetricul punctului $C(-2; 0)$ faţă de originea axelor unui sistem de axe perpendiculare are coordonatele (...; ...) (4p)

Scanned with OKEN Scanner

2. Se consideră funcția $f: [-2; 2] \to \mathbb{R}$ și $f(x) = 8 - 2x$.

a) Calculând $f(0)$ obținem ... (4p)

b) Dacă punctul $A(2; b)$ aparține graficului funcției f, atunci b este egal cu... (4p)

c) Valoarea minimă a funcției f este egală cu... (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „ecuația $x^2 = 3$ nu are soluții reale" este... (4p)

b) Suma inverselor a două numere reale a și b este 8, iar diferența inverselor celor două numere este -4. Atunci $a = ..., b = ...$.(4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f: [-2; 2] \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x$ este un segment închis" este... (4p)

4. $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu baza ABC care are apotema bazei de 3 cm și apotema piramidei de 5 cm.

a) Lungimea înălțimii piramidei este egală cu... cm (4p)

b) Raza cercului circumscris bazei piramidei este egală cu... cm (4p)

c) Tangenta unghiului format de muchia VA cu planul (ABC) este egală cu... (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. La examenul de admitere se dă un test grilă alcătuit din 40 de întrebări. Pentru un răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru un răspuns greșit se scad 2 puncte.

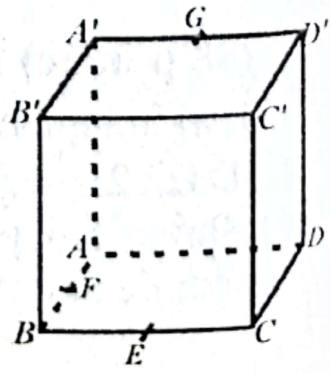
a) Ce punctaj a obținut un candidat care a răspuns corect la 14 întrebări? (5p)

b) Pentru a fi admis, punctajul obținut de un candidat trebuie să fie de peste 100 de puncte. La câte întrebări trebuie să răspundă corect? (5p)

2. a) Determinați funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbb{R}$, știind că punctele $A(-1; 1)$ și $B(1; 5)$ aparțin graficului funcției f. (5p)

b) Calculați $f(0) + f(1) + f(2) + ... + f(50)$, dacă $a = 2$ și $b = 3$. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu lungimea muchiei de 10 cm și punctele E, F, G sunt mijloacele muchiilor $[AB]$, $[AD]$, respectiv $[D'C']$.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu triunghiul EFG. (7p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Aflați aria, volumul și diagonala cubului. (5p)
c) Arătați că triunghiul EFG este dreptunghic. (5p)
d) Aflați aria triunghiului EFG. (5p)

VARIANTA 13

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Se consideră ecuația $x-5y=-15$. Dacă $y=5$, atunci $x=\ldots$ (4p)

b) Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $x-\sqrt{3}\geq 0$ este intervalul $[\ldots;\ldots)$ (4p)

c) Simetricul punctului $D(-2;\ -1)$ față de originea axelor are coordonatele $(\ldots;\ \ldots)$ (4p)

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ și $f(x)=2x+4$.

a) Dacă punctul $A(0;\ a)$ aparține graficului funcției f, atunci $a=\ldots$ (4p)

b) Punctul de intersecție al graficului funcției f, cu axa absciselor are coordonatele $(\ldots;\ 0)$ (4p)

c) Distanța de la originea sistemului de axe de coordonate perpendiculare xOy la graficul funcției f este egală cu ... unități de lungime. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „O ecuație cu două necunoscute de forma $ax+by=c$ are exact două soluții" este... (4p)

b) Soluția sistemului $\begin{cases} x+2y=-2 \\ 3x-4y=-1 \end{cases}$ este $x=\ldots;\ y=\ldots$ (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „$(a+3)^2>4a+7$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$" este... (4p)

4. $ABCA'B'C'$ este o prismă triunghiulară regulată cu $AB=AA'=6$ cm.

a) Suma tuturor muchiilor prismei este egală cu... cm (4p)

b) Măsura unghiului format de dreapta $A'B$ cu planul (ABC) este egală cu...° (4p)

c) Aria laterală a prismei este egală cu... cm^2 (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Victor și Gabriel sunt frați. Suma vârstelor celor doi frați exprimate prin numere naturale este egală cu 21 de ani. În urmă cu trei ani, Victor avea vârsta cât jumătate din vârsta lui Gabriel.

a) Ce vârstă are Gabriel acum? (5p)

Scanned with OKEN Scanner

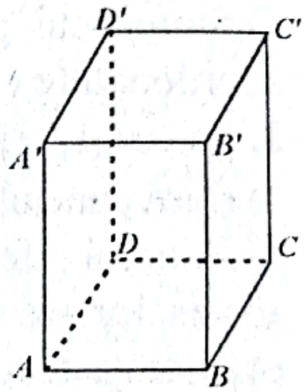
b) Peste câți ani vârsta lui Victor va fi două treimi din vârsta lui Gabriel? (5p)

2. Fie funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$ și $g(x) = bx + a$, unde $a, b \in \mathbb{R}$; $a \neq b$.

a) Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficelor celor două funcții. (5p)

b) Pentru $a = 1$ și $b = -2$, fie punctul A intersecția graficului funcției f cu axa Oy; punctul B intersecția graficului funcției g cu axa Oy și punctul C intersecția graficelor celor două funcții. Să se afle perimetrul triunghiului ABC. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic. Se dă: $AB = 5$ cm; $BC = 3$ cm și $\mathcal{A}_{BCD'A'} = 39$ cm^2.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[A'B]$. (7p)

Aflați:

b) Aria totală și volumul paralelipipedului. (5p)

c) Distanța de la punctul D' la dreapta AC. (5p)

d) Distanța de la punctul A la planul $(A'BC)$. (5p)

VARIANTA 14

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -13x + 26$. Rezultatul calculului $f(2) \cdot f(2007)$ este egal cu ... (4p)

b) Dacă punctul $O(0; 0)$ aparține graficului funcției $f: [-5; 5] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + a$, atunci $a = \ldots$. (4p)

c) Dacă $\dfrac{2x-7}{x^2+1} \leq 0$, unde $x \in \mathbb{R}$, atunci $x \in (\ldots; \ldots]$. (4p)

2. Se consideră ecuația $ax + 3 = 5$.

a) Dacă $a = 2$, soluția ecuației este egală cu... (4p)

b) Dacă $x = 1$, atunci valoarea lui a este egală cu... (4p)

c) Dacă ecuațiile $ax + 3 = 5$ și $x + 3 = 1$ sunt echivalente, atunci valoarea lui a este egală cu..... (4p)

Scanned with OKEN Scanner

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Mulțimea soluțiilor ecuației $(x-1)^2+x^2=0$ este mulțimea vidă“ este... (4p)

b) Soluția sistemului $\begin{cases} x+y=7 \\ 2x-3y=-16 \end{cases}$ este $x=\ldots; y=\ldots$ (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Perechea (1; 3) este soluție a ecuației $2x+3y=10$“ este... (4p)

4. Piramida patrulateră regulată $VABCD$ cu vârful V, are apotema de $6\sqrt{2}$ cm și latura bazei de 12 cm.

a) Înălțimea piramidei are lungimea de... cm (4p)

b) Volumul piramidei este egal cu... cm^3 (4p)

c) Aria totală a piramidei este egală cu... cm^2 (4p)

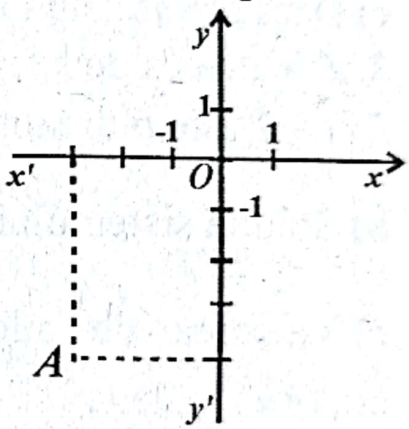
II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Fie numerele naturale a și b care verifică relațiile: $a+b=20$ și $a^2-b^2=200$.

a) Aflați cele două numere. (5p)

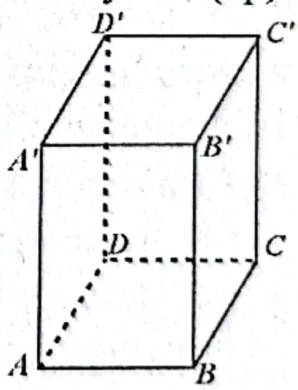
b) Calculați media lor geometrică. (5p)

2. a) Scrieți coordonatele punctului A reprezentat în **figura alăturată**. (5p)



b) Fie punctul $C(-2; 0)$. Calculați distanța de la punctul C la dreapta OB, unde $B(3; 2)$ și O este originea sistemului de axe perpendiculare xOy. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic. Suma lungimilor tuturor muchiilor paralelipipedului este egală cu 76 cm, iar diagonala lui are lungimea de 13 cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[AD']$. (7p)

b) Calculați aria totală a paralelipipedului. (5p)

c) Pentru $AB=3$ cm și $BC=4$ cm, calculați volumul paralelipipedului. (5p)

d) Pentru $AB=3$ cm și $BC=4$ cm, calculați distanța de la punctul B' la dreapta AD'. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 15

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Se consideră funcția f definită prin tabelul alăturat Mulțimea valorilor funcției f este egală cu {...} (4p)

x	1	2	4	6
$f(x)$	8	6	2	-2

b) Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $x-\sqrt{3}>\sqrt{3}$ este intervalul (...; ...) (4p)

c) Soluția ecuației $(7-\sqrt{3})x=\sqrt{3}-7$ este egală cu... (4p)

2. Se consideră ecuația $2x-y+13=0$.

a) Dacă $x=0$, atunci valoarea lui y este egală cu... (4p)

b) Dacă $y=5$, atunci valoarea lui x este egală cu... (4p)

c) Dacă raportul numerelor x și y este egal cu 1, atunci $x=\ldots$. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2$ este o dreaptă paralelă cu axa absciselor" este... (4p)

b) Soluția sistemului $\begin{cases} x-y=15 \\ 2x+y=45 \end{cases}$ este $x=\ldots; y=\ldots$ (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Dacă $|x|>3$, atunci $x\in(3;+\infty]$" este... (4p)

4. $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată cu baza pătratul $ABCD$ și $AB=VA=16$ cm.

a) Aria bazei piramidei este egală cu ... cm^2 (4p)

b) Apotema piramidei este egală cu... cm (4p)

c) Aria totală a piramidei este egală cu... cm^2 (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Pentru copiii unui orfelinat s-au pregătit cadouri de Crăciun care conțin banane și portocale, în total 8 fructe. O banană costă 0,80 lei, iar o portocală costă 0,60 lei.

a) Care este prețul maxim al unui cadou? (5p)

b) Dacă la acest cadou se adaugă o jucărie de 5 lei, care este prețul minim al unui cadou? (5p)

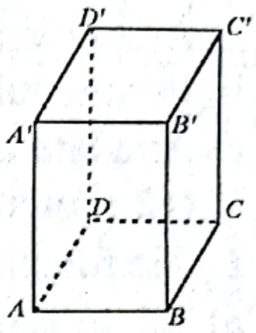
2. Se dă mulțimea $M=\left\{(x,y)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\,\middle/\, y=\frac{2x+3}{x-1}\right\}$.

Scanned with OKEN Scanner

a) Determinați mulțimea M. (5p)

b) Reprezentați într-un sistem de axe perpendiculare xOy punctelele care au coordonatele elementele mulțimii M și, apoi, considerând unitatea de măsură 1 cm, calculați perimetrul și aria poligonului cu vârfurile în punctele obținute. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu triunghiul $A'DB$. (7p)

Dacă paralelipipedul are $AC = 5$ cm și $A'C = 13$ cm, iar lungimile muchiilor AB și BC, $AB < BC$, sunt exprimate prin numere naturale consecutive, se cere:

b) Aria laterală și volumul paralelipipedului. (5p)

c) Distanța de la punctul A la planul $(A'DB)$. (5p)

d) Valoarea raportului $\frac{MC'}{AC'}$, unde punctul M este intersecția dreptei AC' cu planul $(A'DB)$. (5p)

VARIANTA 16

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Dacă funcția $f: \{0; 1; 2; 2008\} \to \mathbb{R}$ și $f(x) = x - 2007$, atunci $f(2008) = \ldots$ (4p)

b) Soluția sistemului $\begin{cases} 2x - y = 14 \\ x - 2y = 22 \end{cases}$ este $x = \ldots; y = \ldots$ (4p)

c) Dacă $\frac{2x+8}{x^4+x^2+1} \geq 0$, unde $x \in \mathbb{R}$, atunci $x \in [\ldots; \ldots)$. (4p)

2. Se consideră ecuația $2x + 3y + 4 = 0$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$.

a) Dacă $y = 0$, atunci $x = \ldots$. (4p)

b) Dacă dreapta soluțiilor ecuației conține punctul $A(1; b)$, atunci b este egal cu... (4p)

c) Dacă $2x = -2$, atunci $y = \ldots$. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Numărul $3\sqrt{3}$ este soluție a ecuației $\sqrt{3}x - 9 = 0$“ este... (4p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Dacă punctul $M(2; a)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = 3$, atunci a=.... (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „$\left|+\sqrt{3}\right| = -\sqrt{3}$ “ este... (4p)

4. $ABCA'B'C'$ este un trunchi de piramidă triunghiulară regulată cu $AB = 18$ cm, apotema de 8 cm și $A'B' = 6$ cm.

a) Aria unei fețe laterale este egală cu... cm^2 (4p)

b) Perimetrul bazei ABC este egal cu... cm (4p)

c) Aria laterală a trunchiului este egală cu... cm^2 (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Fie funcția $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$.

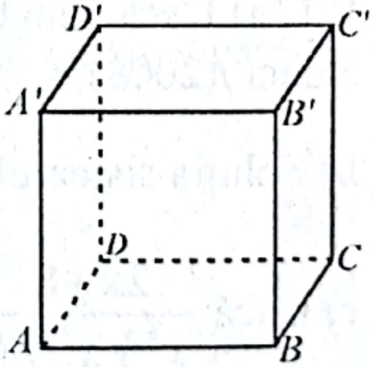
a) Să se reprezinte grafic funcția și să se calculeze tangenta unghiului format de graficul funcției cu axa Ox. (5p)

b) Determinați distanța de la originea sistemului de axe xOy la dreapta ce reprezintă graficul funcției. (5p)

2. a) Arătați că perechea de numere reale $(1; -1)$ este soluție a ecuației $2x - 5y = 7$. (5p)

b) Reprezentați dreapta soluțiilor ecuației $2x - 5y = 7$, într-un sistem de axe perpendiculare. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu lungimea muchiei egală cu 8 cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentele $[O'A]$, $[O'B]$, $[O'C]$ și $[O'D]$, unde punctul O' este centrul fetei $A'B'C'D'$. (7p)

b) Calculați aria, volumul și lungimea diagonalei cubului. (5p)

c) Demonstrați că $O'ABCD$ este piramidă patrulateră regulată și calculați aria totală și volumul ei. (5p)

d) Dacă punctele N, P și Q sunt mijloacele muchiilor AB, $B'C'$ și, respectiv, DD', calculați aria triunghiului NPQ. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 17

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Fie funcția $f: \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}^*$, unde $f(n)$ este numărul divizorilor numărului natural n. Atunci $f(10) = \ldots$. (4p)

b) Dacă $5x + 5 < 0$, atunci x aparține intervalului $(\ldots; \ldots)$ (4p)

c) Dacă punctul $A(2; y)$ aparține dreptei soluțiilor ecuației $3x - 2y + 6 = 0$, atunci valoarea lui y este egală cu... (4p)

2. Se consideră ecuația $5x - 3 = ax - 2$, $a \in \mathbb{R}$.

a) Dacă $x = -1$, atunci valoarea lui a este egală cu... (4p)

b) Dacă $a = 4$, atunci x este egal cu ... (4p)

c) Dacă ecuația dată este echivalentă cu ecuația $-x + 3 = 2$, atunci valoarea lui a este egală cu... (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f: (-\infty; 0) \to \mathbb{R}, f(x) = x - 1$ este o semidreaptă deschisă" este... (4p)

b) Soluția sistemului $\begin{cases} x - y = 18 \\ x + y = 32 \end{cases}$ este $x = \ldots; y = \ldots$ (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 0$ coincide cu axa Ox" este... (4p)

4. Triunghiurile echilaterale ABC și ABD, cu $AB = 6$ cm, sunt situate în plane perpendiculare.

a) Lungimea proiecției segmentului BD pe planul (ABC) este egală cu... cm (4p)

b) Lungimea proiecției segmentului (DC) pe planul (ABC) este egală cu... cm (4p)

c) Măsura unghiului format de dreapta CD cu planul (ABC) este egală cu...°. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Fie ecuațiile: **(1)** $(3m - 5)x = m(x - 4) + 2$; $m \in \mathbb{R}$

(2) $\frac{7x}{3} - \frac{11(3+x)}{6} = \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2}$.

a) Rezolvați ecuația **(1)** pentru $m = 2$. (5p)

b) Determinați m astfel încât ecuațiile **(1)** și **(2)** să fie echivalente. (5p)

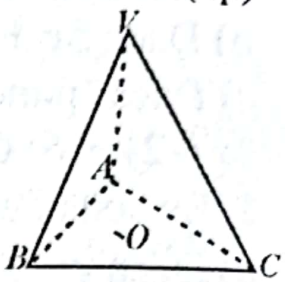
Scanned with OKEN Scanner

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$.

a) Să se reprezinte grafic funcția. (5p)

b) Să se determine aria triunghiului format de reprezentarea grafică a funcției și axele de coordonate. (5p)

3. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată cu lungimea laturii bazei de 12 cm și muchia laterală de 8 cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu înălțimea $[VO]$. (7p)

b) Calculați aria laterală și volumul piramidei. (5p)

c) Calculați măsura unghiului format de o muchie laterală cu planul bazei. (5p)

d) Determinați distanța de la centrul bazei, la centrul de greutate al unei fețe laterale. (5p)

VARIANTA 18

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Soluția număr real a ecuației $\sqrt{2}x - 2 = 0$ este... (4p)

b) Dacă $x - 5 \leq 0$, atunci x aparține intervalului $(\ldots; \ldots)$ (4p)

c) Soluția sistemului $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ este $x = \ldots; y = \ldots$ (4p)

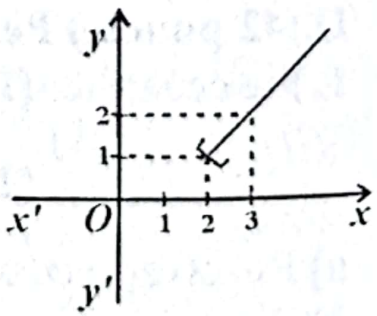
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = 2x - 4$.

a) Rezultatul calculului $f(2) \cdot f(1005)$ este egal cu ... (4p)

b) Punctul $A(a; 2)$ aparține graficului funcției f dacă a este ... (4p)

c) Punctul $B(0; b)$ aparține graficului funcției f dacă b este ... (4p)

3. a) Domeniul de definiție al funcției descrise prin reprezentarea grafică din figura alăturată este intervalul [...]. (4p)



b) Dacă perechea ordonată $(a, a - 1)$ este soluție a ecuației $2x - 3y - 2 = 0$, unde $x, y \in \mathbb{R}$, atunci $a = \ldots$. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

c) Valoarea de adevăr a propoziției: „Ecuația $(\sqrt{3}-1)x+\sqrt{3}=1$, unde $x \in \mathbb{R}$, are soluția -1“ este ... . (4p)

4. $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic cu $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm și $AA' = 5$ cm.

a) Lungimea diagonalei $[AC']$ este egală cu...cm. (4p)

b) Măsura unghiului format de dreapta AC' cu planul bazei $ABCD$ este egală cu...°. (4p)

c) Distanța de la punctul C la dreapta AC' este egală cu...cm. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Se dă expresia $E(x) = \sqrt{4x^2-4x+1}$.

a) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $E(x) = 5$. (5p)

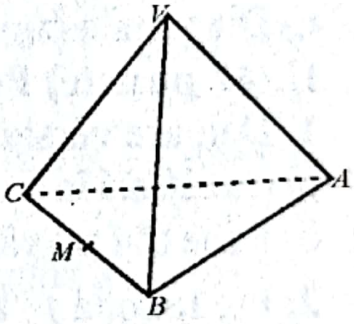
b) Arătați că dacă $x \in (1; 2)$, atunci $E(x) \in (1; 3)$. (5p)

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{2x-2}{3}$.

a) Verificați dacă punctul $A(1; 0)$ aparține graficului funcției. (5p)

b) Reprezentați graficul funcției într-un sistem de axe perpendiculare. (5p)

3. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată, de vârf V și bază ABC, în care punctul M este mijlocul laturii (BC), măsura unghiului $\sphericalangle MVA = 90°$ și $VA = 6\sqrt{2}$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul (VM). (7p)

b) Arătați că $AB = 12$ cm. (5p)

c) Calculați aria totală și volumul piramidei $VABC$. (5p)

d) Calculați măsura unghiului planelor (VAM) și (VAB). (5p)

VARIANTA 19

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2$. Valoarea raportului $\dfrac{f(0)}{2}$ este egală cu ... (4p)

b) Ecuația $3x-2y+51=0$ are ca soluție perechea $(a, 0)$ dacă valoarea lui a este egală cu... (4p)

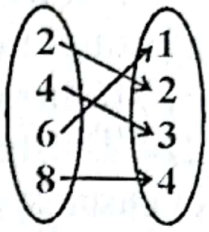
Scanned with OKEN Scanner

c) Suma a două numere este 144, iar diferența lor este -14. Cele două numere sunt ... (4p)

2. a) Cel mai mic număr natural soluție a inecuației $x+3>7$ este egal cu... . (4p)

b) Mulțimea soluțiilor ecuației $|x-2|=-3$ este... . (4p)

c) Prin diagrama din figura 1 este definită o funcție $f: A \to B$. Atunci $f(4) = \ldots$. (4p)



3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Reprezentarea geometrică a graficului funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x + 3$ este o dreaptă" este... (4p)

b) Ecuația $mx - 3 = 4$ are soluția $x = 1$ dacă valoarea lui m este egală cu... (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Mulțimea soluțiilor inecuației $|x-5|<-3$ este mulțimea vidă" este... (4p)

4. Dacă $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu muchia de 12 cm, atunci:

a) Aria totală a cubului este egală cu ... cm^2. (4p)

b) Perimetrul $\Delta A'BC'$ este egal cu... cm. (4p)

c) Diagonala cubului are lungimea egală cu... cm. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Dan are vârsta de 16 ani, iar tatăl său are 40 de ani.

a) Cu câți ani în urmă vârsta lui Dan era o treime din vârsta tatălui? (5p)

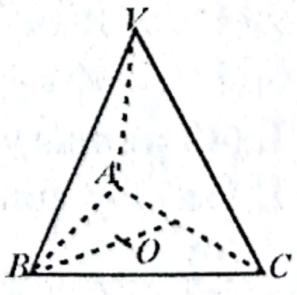
b) Peste câți ani vârsta lui Dan va fi jumătate din vârsta tatălui său?(5p)

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{3}\,x + 2$.

a) Reprezentați graficul funcției f într-un sistem de axe perpendiculare. (5p)

b) Determinați $a \in \mathbb{R}$, știind că punctul $A(a + 1; 2a)$ aparține graficului funcției. (5p)

3. În figura alăturată, $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată, cu centrul bazei ABC, punctul O și are înălțimea de $4\sqrt{6}$ cm, iar apotema de $6\sqrt{3}$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu înălțimea $[VO]$. (7p)

Aflați:

b) aria totală și volumul piramidei; (5p)

Scanned with OKEN Scanner

c) tangenta unghiului format de o față laterală cu planul bazei; (5p)
d) la ce distanță de vârf luăm pe înălțimea piramidei punctul P astfel încât ΔVPB să fie isoscel cu baza $[VB]$? (5p)

VARIANTA 20

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Fie funcția f definită prin tabelul:

x	-1	2	3	5
$f(x)$	0	3	4	6

a) Mulțimea de definiție a funcției f este egală cu $\{\ldots\}$ (4p)
b) Valoarea funcției f pentru $x=5$ este egală cu ... (4p)
c) Rezultatul calculului $f(-1)\cdot[f(2)+f(3)\cdot f(5)]$ este egal cu... (4p)

2. a) Dreapta soluțiilor ecuației $x+y+8=0$ conține punctul $M(-4;\ldots)$ (4p)
b) Dacă $2x+3\leq 3$, atunci x aparține intervalului $(\ldots;\ldots]$ (4p)
c) Soluția sistemului $\begin{cases} x-3y=7 \\ x+3y=1 \end{cases}$ este $x=\ldots; y=\ldots$ (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Inecuația $|x-1|<3$ are o infinitate de soluții reale“ este... (4p)
b) Dacă ecuația $2x-m+4=0$, cu $m\in\mathbb{R}$ are soluția $x=-1$, atunci valoarea lui m este egală cu... (4p)
c) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f:\mathbb{N}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2-x$ este o dreaptă “ este... (4p)

4. Paralelipipedul dreptunghic $ABCDA'B'C'D'$ are $AB=3$ cm, $AD=3\sqrt{3}$ cm și $AA'=6\sqrt{3}$ cm.
a) Lungimea diagonalei AC' este egală cu ...cm (4p)
b) Lungimea proiecției diagonalei AC' pe planul (ABC) este egală cu... cm (4p)
c) Măsura unghiului format de diagonala AC' cu planul bazei este egală cu...° (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Raportul a două numere naturale este $\frac{7}{5}$. Dacă scădem 6 din

Scanned with OKEN Scanner

primul număr și adunăm 6 la celălalt, raportul numerelor obținute este $\frac{5}{7}$.

a) Aflați numerele. (5p)

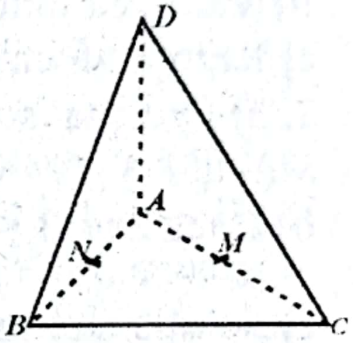
b) Ce raport se obține dacă din primul număr se scade 3 și la al doilea se adună 5? (5p)

2. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=\left(1-\sqrt{2}\right)x+\sqrt{2}$.

a) Calculați $f(-1)$. (5p)

b) Determinați $a, b\in\mathbb{Q}$ astfel încât punctul $P(2a, \sqrt{2}\cdot b+4b)$ să aparțină graficului funcției. (5p)

3. În figura alăturată, $DABC$ este un tetraedru regulat (are toate muchiile congruente). Punctele M și N sunt mijloacele muchiilor (AC) și, respectiv, (AB) iar lungimea segmentului determinat de centrele de greutate a două fețe este egală cu 2 cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu triunghiul DMN.(7p)

b) Arătați că muchia piramidei are lungimea de 6 cm și apoi calculați aria totală și volumul piramidei. (5p)

Aflați:

c) Suma distanțelor de la centrul bazei la fețele laterale ale piramidei; (5p)

d) Poziția unui punct Q situat pe muchia (AB) astfel încât aria triunghiului ΔQDC să fie minimă. (5p)

VARIANTA 21

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Se consideră ecuația $5x-y+3=0$. Dacă perechea $(a;-2)$ este soluție a ecuației date, atunci $a=\ldots$. (4p)

b) Dacă $x+15\leqslant 0$, atunci x aparține intervalului $(\ldots;\ldots]$. (4p)

c) Soluția număr real a ecuației $5x-25=0$ este egală cu $\ldots$. (4p)

2. a) Se consideră funcția f definită prin tabelul

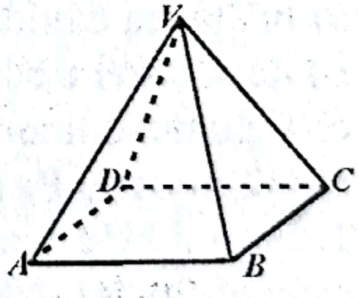
x	-2	-1	0	2
$f(x)$	4	-2	0	4

a) Mulțimea valorilor funcției f este egală cu $\{\ldots\}$. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Domeniul de definiție al funcției este mulțimea $\{\ldots\}$. (4p)
c) Funcția f este definită prin formula $f(x) = \ldots$. (4p)
3. a) Valoarea de adevăr a propoziției: "Dacă $|x+1|+|x^2-1|=0$, atunci $x=-1$" este ... . (4p)
b) Soluția sistemului $\begin{cases} 5x+y=12 \\ x+5y=12 \end{cases}$ este perechea (... ; ....). (4p)
c) Valoarea de adevăr a propoziției: "Dacă $\sqrt{2x-1}=-5$, atunci $2x-1=25$" este ... . (4p)
4. Un con circular drept are înălțimea egală cu 5 m și raza bazei de 3 m.
a) Aria bazei conului este egală cu ... m^2. (4p)
b) Lungimea generatoarei conului este egală cu ... m. (4p)
c) Volumul conului este egal cu ... m^3. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.
1. Suma a două numere naturale este 424.
a) Aflați media aritmetică a celor două numere. (5p)
b) Aflați numerele știind că împărțind numărul mai mare la cel mai mic se obține câtul 3 și restul 8. (5p)
2. a) Rezolvați în $\mathbb{N}^*$ inecuația $4x-1<-x+17$. (5p)
b) Arătați că dreptele de ecuații $x-y+2=0$ și $3x-y=0$, unde $x, y \in \mathbb{R}$, sunt concurente în punctul $A(1; 3)$. (5p)
3. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramida patrulateră regulată în care triunghiul VAC este dreptunghic isoscel cu lungimea ipotenuzei de $10\sqrt{2}$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul (AC). (7p)
b) Arătați că muchia bazei piramidei are lungimea de 10 cm și apoi calculați aria totală și volumul piramidei. (5p)
c) Aflați aria secțiunii în piramidă cu un plan paralel cu baza dus printr-un punct al înălțimii situat la 2 cm de vârf. (5p)
d) Aflați distanța de la punctul O, centrul bazei piramidei, la fața (VBC). (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 22

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Soluția număr real a ecuației $2x + 13 = 25$ este ... . (4p)

b) Se consideră funcția $f: [-5; 1) \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx$, $m \in \mathbb{R}$. Dacă $f(-1) = 2$, atunci $m =$ ... . (4p)

c) Dacă funcția f este definită prin tabelul alăturat, atunci legea de corespondență este $f(x) =$ ... . (4p)

x	1	2	3	4
$f(x)$	1	4	9	16

2. Se consideră ecuația $x + 3y = 5$.

a) Dacă $x = 2$, atunci $y =$ ... . (4p)

b) Dacă $y = 0$, atunci $x =$ ... . (4p)

c) Dacă $x = y$, atunci valoarea lui x este egală cu ... . (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției: "$|x^2-1| = -1$, dacă $x = 0$" este ... . (4p)

b) Mulțimea soluțiilor, numere naturale, ale inecuației $|x-1| \leqslant 3$ este $\{...\}$. (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției: "$\sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$, oricare ar fi x număr real" este ... . (4p)

4. Un cilindru circular drept are secțiunea axială un pătrat cu latura de 2 m.

a) Înălțimea cilindrului are lungimea egală cu ... m. (4p)

b) Raza bazei a cilindrului este egală cu ... m. (4p)

c) Volumul cilindrului este egal cu ... m^3. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Într-un bloc sunt 130 de apartamente de două, respectiv, trei camere, în total 290 de camere.

a) Câte apartamente cu două camere sunt în bloc? (5p)

b) Câte persoane locuiesc în apartamentele cu trei camere, dacă în fiecare apartament sunt 4 persoane? (5p)

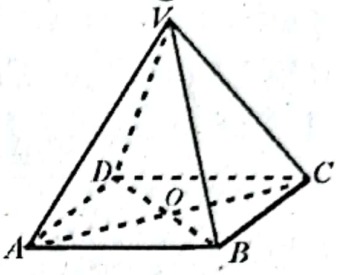
2. Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(1; 3)$ și $B(2; 5)$.

a) Determinați funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a cărei reprezentare este dreapta AB. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Arătați că lungimea segmentului $[AB]$ este egală cu $\sqrt{5}$ unități de lungime și, apoi, determinați coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$. (5p)

3. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată ce are înălțimea de 8 cm și latura bazei de 12 cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul VO, unde O este centrul bazei piramidei. (7p)

Aflați:

b) aria laterală, aria totală și volumul piramidei; (5p)

c) tangenta unghiului format de o muchie laterală cu planul bazei; (5p)

d) distanța de la un vârf al bazei la muchia laterală opusă. (5p)

VARIANTA 23

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Mulțimea soluțiilor inecuației $x - 5 > -7$ scrisă sub formă de interval este ... . (4p)

b) Soluția sistemului $\begin{cases} 3x+5y=11 \\ 5x-3y=7 \end{cases}$ este $x = \ldots ; y = \ldots .$ (4p)

c) Dacă perechea de numere reale $(a\ ;\ 3)$ este o soluție a ecuației $2x - 4y = 0$, atunci valoarea lui a este egală cu ... . (4p)

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$.

a) Rezultatul calculului $f(0) + f(2)$ este egal cu ... . (4p)

b) Dacă punctul $M\ (a\ ;\ 1)$ aparține graficului funcției f, atunci valoarea lui a este egală cu ... . (4p)

c) Graficul funcției intersectează axa ordonatelor în punctul $N\ (0\ ;\ b)$. Valoarea lui b este egală cu ... . (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției: "Ecuațiile $2x - 4 = 0$ și $mx - 2 = 0$ sunt echivalente dacă $m = 2$" este ... . (4p)

b) Numărul întreg negativ, soluție a ecuației $x^2 = 4$ este ... . (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției: "$|x-1| \geq 0$, oricare ar fi numărul real x" este ... . (4p)

Scanned with OKEN Scanner

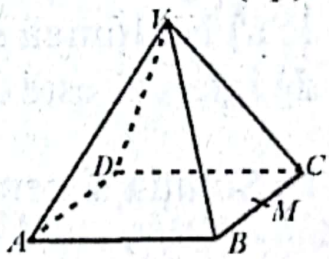
4. a) Aria laterală a unei prisme triunghiulare regulate cu muchia bazei de 8 cm şi înălţimea de 3 cm este egală cu ... cm^2. (4p)
b) Volumul cubului cu muchia de 2 cm este egal cu ... cm^3.(4p)
c) Aria laterală a cilindrului cu raza bazei de 5 cm şi generatoarea de 4 cm este egală cu ... cm^2. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieţi rezolvările complete.

1. Fie punctele $A(2; 4)$ şi $B(-3; -2)$.
a) Reprezentaţi punctele A şi B într-un sistem de axe perpendiculare xOy. (5p)
b) Aflaţi coordonatele punctului M situat pe axa ordonatelor pentru care suma lungimilor segmentelor $[MA]$ şi $[MB]$ este minimă. (5p)

2. Fie mulţimile $A = \{(x, y) / 2x - 3y + 1 = 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$ şi $B = \{(x, y) / x + y - 3 = 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$.
a) Arătaţi că perechea de numere reale (1; 1) aparţine mulţimii A. (5p)
b) Reprezentaţi mulţimea B într-un sistem de axe perpendiculare xOy şi, apoi, determinaţi mulţimea $A \cap B$. (5p)

3. În figura alăturată, $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată în care unghiul diedru format de două feţe opuse are măsura de 90^o, iar înălţimea are lungimea egală cu 18 cm şi punctul M este mijlocul muchiei (BC).



a) Copiaţi şi completaţi pe foaia de teză desenul cu segmentul (VM).(7p)
b) Arătaţi că AB=36 cm. (5p)
Aflaţi:
c) aria totală şi volumul piramidei; (5p)
d) măsura unghiului format de două feţe laterale alăturate. (5p)

VARIANTA 24

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Fie ecuaţia $2x - 3y + 18 = 0$.
a) Dacă x=3, atunci y este egal cu... (4p)
b) Dacă y=2, atunci x este egal cu... (4p)
c) Dreapta soluţiilor ecuaţiei intersectează axa ordonatelor în punctul $M(\ldots; \ldots)$. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

2. Fie funcția $f: [-1; 1] \to \mathbb{R}$ și $f(x) = 2 - x$.

a) Punctul $A(-1; a)$ aparține graficului funcției f dacă $a = \ldots$ (4p)

b) Rezultatul calculului $f(-1) \cdot f(1)$ este egal cu ... (4p)

c) Lungimea segmentului determinat de punctele $A(-1; 3)$ și $B(1; 1)$ este egală cu ... unități de lungime. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției: „$|x-2|=0$ dacă $x=2$" este... (4p)

b) Cel mai mic număr natural, soluție a inecuației $x + 2 > 7$ este egal cu... (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Punctul de intersecție al graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x+4$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = -x + 3$ este punctul $A(0; 3)$" este... . (4p)

4. $ABCDA'B'C'D'$ este o prismă patrulateră regulată care are $AC = 4\sqrt{2}$ cm și înălțimea $CC' = 10$ cm.

a) Lungimea laturii $[AD]$ a bazei prismei este egală cu... cm. (4p)

b) Perimetru bazei este egal cu... cm (4p)

c) Aria laterală a prismei este egală cu... cm^2 (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$.

a) Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției f cu axele unui sistem ortogonal de coordonate xOy. (5p)

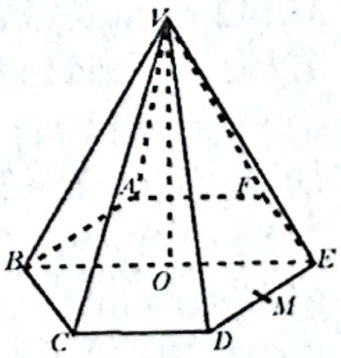
b) Calculați suma $f(1) + f(2) + ... + f(2007)$. (5p)

2. Tatăl și fiul au împreună 60 de ani. Valoarea raportului vârstelor lor este egală cu 2,75.

a) Aflați vârsta fiului și a tatălui. (5p)

b) Cu câți ani în urmă vârsta tatălui era de trei ori mai mare decât vârsta fiului? (5p)

3. În figura alăturată, $VABCDEF$ este o piramidă hexagonală regulată. Piramida are apotema de 12 cm, apotema bazei de $6\sqrt{3}$ cm și punctul M este mijlocul muchiei (DE).



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[VM]$. (7p)

Calculați:

Scanned with OKEN Scanner

b) Aria totală şi volumul piramidei. (5p)
c) Distanța de la centrul bazei la o față laterală. (5p)
d) Măsura unghiului format de planele (VAB) şi (VDE). (5p)

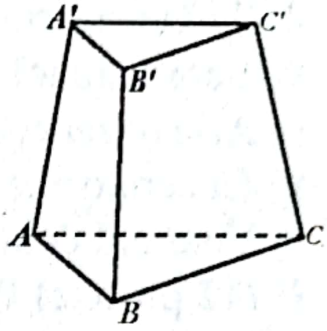
VARIANTA 25

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.
I. 1. Se consideră funcția $f: \{-4; -2; 2\} \to \mathbb{R}$ şi $f(x) = x + 2$.
a) Calculând $f(-2)$ obținem ... (4p)
b) Mulțimea valorilor funcției f este egală cu $\{...\}$ (4p)
c) Dacă punctul $A(a; 4)$ aparține graficului funcției f atunci a=... (4p)
2.a) Ecuația $2ax - 8 = x$ are soluția 8 pentru a= ... (4p)
b) Soluția sistemului $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ este perechea (...; ...) (4p)
c) Soluția inecuației $4x^2 + 3x - (2x + 1)^2 \leq 0$, $x \in \mathbb{R}$ este intervalul [...; ...) (4p)
3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Perechea ordonată de numere reale (2; 5) este soluție a ecuației $7x - 3y + 1 = 0$“ este... (4p)
b) Soluțiile reale ale ecuației $x^2 = 3$ sunt ... (4p)
c) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $f: [-1; 1] \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - 3$ este un segment închis“ este... (4p)
4. Un cilindru circular drept are generatoarea de două ori mai mare decât raza. Dacă raza cilindrului are lungimea de 5 cm, atunci:
a) Generatoarea cilindrului are lungimea egală cu ... cm. (4p)
b) Aria secțiunii axiale a cilindrului este egală cu ... cm^2. (4p)
c) Volumul cilindrului este egal cu ... cm^3. (4p)
II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.
1. Fie expresia $E(x) = 5x^3 + ax^2 - 3x + b$, unde $a \in \mathbb{R}$ şi $b \in \mathbb{R}$.
a) Ştiind că $E(1) = 13$, determinați $a + b$. (5p)
b) Dacă $a + b = 11$ şi $2a - b = 16$ determinați produsul ab. (5p)
2. Se dă funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = (m - 1)x + n$, unde $m, n \in \mathbb{R}$.
a) Determinați numerele reale m şi n ştiind că graficul funcției intersectează axele unui sistem ortogonal de coordonate xOy în punctele $M(1; 0)$ şi $N(0; 3)$. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Dacă $m = -2$ şi $n = 3$, trasaţi graficul graficul funcţiei şi apoi, determinaţi, punctul de pe graficul funcţiei în care abscisa este opusă ordonatei. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCA'B'C'$ este un trunchi de piramidă triunghiulară regulată cu $AB = 18\sqrt{3}$ cm, $A'B' = 12\sqrt{3}$ cm şi aria laterală de 270 cm^2.



a) Copiaţi şi completaţi pe foaia de teză desenul cu punctul V care reprezintă vârful piramidei din care provine trunchiul. (7p)

b) Arătaţi că înălţimea trunchiului are lungimea egală cu $\sqrt{3}$ cm şi, apoi, calculaţi volumul trunchiului. (5p)

c) Calculaţi aria laterală şi volumul piramidei din care provine trunchiul. (5p)

d) Aflaţi măsura unghiului diedru format de o faţă laterală a trunchiului cu planul bazei mari a acestuia. (5p)

VARIANTA 26

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Soluţia sistemului $\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=2 \end{cases}$ este x=...; y=... . (4p)

b) Mulţimea soluţiilor inecuaţiei $5x-5>0$ este intervalul... (4p)

c) Numărul natural x, soluţie a ecuaţiei $|x| = 2$ este ... . (4p)

2. Fie funcţia $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -3x+2$.

a) Valoarea funcţiei pentru x=2 este egală cu... (4p)

b) Valoarea lui x pentru care $f(x) = 0$ este egală cu... (4p)

c) Punctul $M(a, 3a)$ aparţine graficului funcţiei f dacă a este egal cu... (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziţiei „Perechea (1; 1) este o soluţie a ecuaţiei $x+y-1=0$“ este... (4p)

b) Fie punctele $A(0; 3)$ şi $B(4; 0)$ reprezentate într-un sistem de axe perpendiculare. Lungimea segmentului $[AB]$ este egală cu... unităţi de lungime. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Dreapta soluțiilor ecuației $2x - y + 4 = 0$ intersectează axa Oy în punctul $M(0; 4)$" este... (4p)

4. Un con circular drept are aria laterală 60π cm^2 și aria totală 96π cm^2, atunci:

a) Aria bazei conului este egală cu... cm^2 (4p)

b) Generatoarea conului este egală cu... cm (4p)

c) Volumul conului este egal cu... cm^3. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. La un concurs de matematică au fost adresate 40 de întrebări. Pentru un răspuns corect s-au acordat două puncte și pentru un răspuns greșit s-au scăzut 0,5 puncte. Un elev a obținut 60 de puncte și a răspuns la toate întrebările.

a) La câte întrebări a răspuns corect? (5p)

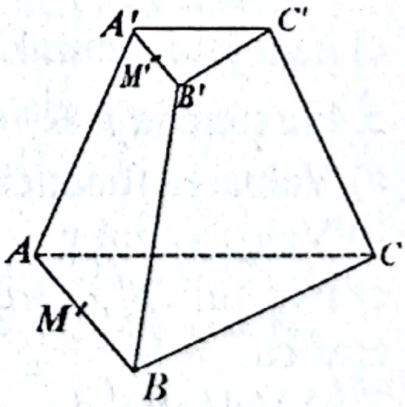
b) La câte întrebări a greșit elevul? (5p)

2. Se consideră funcțiile: $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{2}x - 2$ și $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = -2x + 3$.

a) Reprezentați grafic funcțiile f și g într-un sistem de axe perpendiculare xOy. (5p)

b) Graficul funcției f intersectează axele Ox și Oy în punctele P, respectiv Q, iar graficul funcției g intersectează axele Ox și Oy în punctele H, respectiv, M. Demonstrați că $QH \perp MP$. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCA'B'C'$ este un trunchi de piramidă triunghiulară regulată cu apotema de 6 cm și înălțimea de $2\sqrt{6}$ cm, iar $MC = 9\sqrt{3}$ cm, unde punctul M este mijlocul muchiei (AB), iar punctul M' este mijlocul muchiei $(A'B')$.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[MM']$ (7p)

b) Arătați că $A'B' = 6$ cm. (5p)

c) Calculați aria totală și volumul trunchiului. (5p)

d) Arătați că dreptele MM' și CC' sunt perpendiculare. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 27

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Mulțimea soluțiilor reale ale ecuației $|x|=1$ este egală cu $\{\ldots\}$ (4p)

b) Soluția reală a ecuației $x+\sqrt{2}=\sqrt{2}$ este numărul... (4p)

c) Sistemul $\begin{cases} x+y=4 \\ y=1 \end{cases}$ are soluția $(\ldots;\ \ldots)$ (4p)

2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x)=x+b, b \in \mathbb{R}$.

a) Dacă punctul $A(1; 2)$ aparține graficului funcției f, atunci $b=\ldots$ (4p)

b) Dacă $b=1$, atunci punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa absciselor are coordonatele $(\ldots; 0)$ (4p)

c) Dacă $b=2$ și $f(a)\geq 0$, atunci a aparține intervalului $[\ldots; \ldots)$ (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „$\sqrt{(-4)^2}=-4$“ este... (4p)

b) Inecuația $x-11<1$, are... soluții naturale nenule. (4p)

c) Dacă $x, y \in \mathbb{R}$, astfel încât $\sqrt{(2x-y+1)^2}+|-3+2y-2x|=0$, atunci $x=\ldots, y=\ldots$. (4p)

4. $ABCDA'B'C'D'$ este o prismă dreaptă ce are bazele pătrate cu $AB=6$ cm și diagonaa $A'C=9$ cm.

a) Lungimea proiecției segmentului $[D'B]$ pe planul (ABC) este egală cu... cm. (4p)

b) Lungimea înălțimii prismei este egală cu ... cm. (4p)

c) Volumul prismei este egal cu... cm^3. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Un grup de copii a primit mere. Unul dintre copii a primit 3 mere, iar ceilalți copii au primit fiecare câte 5 mere. Dacă fiecare copil din grup ar fi primit câte 4 mere, ar fi rămas 11 mere.

a) Câți copii sunt în grup? (5p)

b) Câte mere au primit în total copiii? (5p)

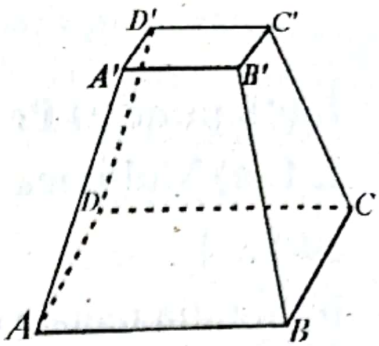
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x)=(a+1)x+5$, unde a este număr real.

a) Aflați valorile lui a pentru care punctul $A(a-1; 29)$ aparține graficului funcției f. (5p)

b) Pentru $a=5$, reprezentați grafic funcția f. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată cu aria laterală egală cu 640 cm^2, iar laturile bazelor de 24 cm, respectiv, 16 cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu punctul V, vârful piramidei din care provine trunchiul de piramidă. (7p)

b) Arătați că apotema trunchiului are lungimea de 8 cm și, apoi, calculați volumul și aria totală a piramidei din care provine trunchiul. (5p)

c) Aflați măsura unghiului diedru format de planul unei fețe laterale a trunchiului cu planul bazei mici. (5p)

d) La ce distanță de planul bazei mari trebui făcută o secțiune în trunchi, paralelă cu baza astfel încât aria secțiunii obținute să fie egală cu 400 cm^2? (5p)

VARIANTA 28

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

I. 1. a) Dacă ecuația $5x = b + 2$ are soluția 2, atunci $b = \ldots$. (4p)

b) Mulțimea soluțiilor reale ale inecuației $x + 2 \geq 5$ este intervalul $[\ldots;\ldots)$ (4p)

c) Dacă $a+\frac{1}{a}=5$, atunci $a^4+\frac{1}{a^4}=\ldots.$ (4p)

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = x - 1$.

a) În tabelul alăturat, $y=\ldots$. (4p)

x	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	-1	0	y

b) Graficul funcției f intersectează axa absciselor în punctul de coordonatele $(\ldots; 0)$. (4p)

c) Graficul funcției f intersectează axa ordonatelor în punctul de coordonatele $(0; \ldots)$. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Reprezentarea grafică a soluțiilor ecuației $x + y = 0$ este o dreaptă“ este... (4p)

b) Soluția număr întreg negativ a ecuației $\sqrt{(2x-3)^2}=5$ este... (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „$\sqrt{x^2} = x$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$“ este... (4p)

Scanned with OKEN Scanner

4. $ABCDA'B'C'D'$ este un cub cu muchia $AB = 15$ cm.

a) Lungimea proiecției diagonalei $[A'C]$ pe planul (ABC) este egală cu... cm. (4p)

b) Măsura unghiului format de dreapta $A'B$ cu planul $(A'B'C')$ este egală cu...°. (4p)

c) Aria laterală a cubului este egală cu... cm^2. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Un biciclist a parcurs distanța dintre două localități astfel: în prima zi $\frac{1}{3}$ din toată distanța, a doua zi $\frac{2}{5}$ din rest, iar a treia zi restul de 60 km (rămaşi a doua zi). Calculați:

a) Distanța dintre cele două localități. (5p)

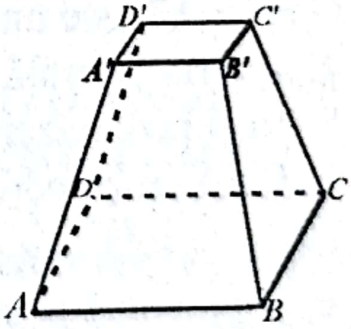
b) Valoarea raportului dintre distanța parcursă în a doua zi şi distanța parcursă în prima zi. (5p)

2. Fie funcțiile $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax - a$, unde a este număr real şi $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = -x + 4$. Punctul $A(2; -3)$ este situat pe dreapta care reprezintă graficul funcției f.

a) Arătați că $a = -3$. (5p)

b) Pentru $a = -3$, calculați aria triunghiului format de axa ordonatelor, graficul funcției f şi graficul funcției g. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un trunchi de piramidă patrulateră regulată cu laturile bazelor de 8 cm şi, respectiv, 6 cm iar înălțimea de 2 cm.



a) Copiați şi completați pe foaia de teză desenul cu punctul V, vârful piramidei din care provine trunchiul de piramidă. (7p)

b) Arătați că lungimea apotemei trunchiului este egală cu $\sqrt{5}$ cm şi apoi calculați aria laterală şi volumul trunchiului. (5p)

c) Calculați aria laterală a piramidei din care provine trunchiul de piramidă. (5p)

d) Calculați distanța de la punctul O', centrul bazei $A'B'C'D'$ la planul (BCC'). (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 29

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Punctul $A(2;\ 1)$ se află reprezentat într-un sistem de axe perpendiculare xOy. Simetricul punctului A față de axa absciselor este punctul $A'(\ldots;\ \ldots)$. (4p)

b) Soluția sistemului $\begin{cases} x+y=5 \\ y=3 \end{cases}$ este $x=\ldots;\ y=\ldots$. (4p)

c) Dacă ecuațiile $2x-3=9$ și $ax+4=x+4$ sunt echivalente, atunci numărul a este egal cu .... (4p)

2. a) Fie funcția $f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=-x+4$. Cel mai mare număr întreg x pentru care $f(x)>3$ este .... (4p)

b) Fie funcția $f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=3$. Atunci $f(2007)=$ .... (4p)

c) Dacă perechea ordonată de numere reale $(1;\ a)$ este o soluție a ecuației $x-y+2=0$, atunci $a=\ldots$. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Punctul $A(0;\ 2)$ este punctul de intersecție al graficelor funcțiilor $f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=2$ și $g:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R},\ g(x)=x+2$“ este.... (4p)

b) Dacă $x\in\mathbb{Z}$ și $|x|<2$, atunci $x\in\{\ldots\}$. (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Graficul funcției $h:\ [-2;\ 3]\to\mathbb{R},\ h(x)=x+7$ este un segment deschis“ este.... (4p)

4. a) Aria laterală a unui con circular drept cu generatoarea de 8 cm și raza bazei de 5 cm este egală cu ... cm^2. (4p)

b) Dacă un cilindru circular drept are secțiunea axială un pătrat cu latura de $8\sqrt{2}$ cm, atunci volumul cilindrului este egal cu ... cm^3. (4p)

c) O piramidă patrulateră regulată are toate muchiile cu lungimea de 2 cm. Aria totală a piramidei este egală cu ... cm^2. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Suma a două numere naturale este de 6 ori mai mare decât diferența lor. Dacă din numărul mai mic se scade 11 se obține un număr de 2 ori mai mic decât suma dintre numărul mai mare și 8.

a) Calculați cele două numere. (5p)

b) Arătați că raportul celor două numere este egal cu 1,4. (5p)

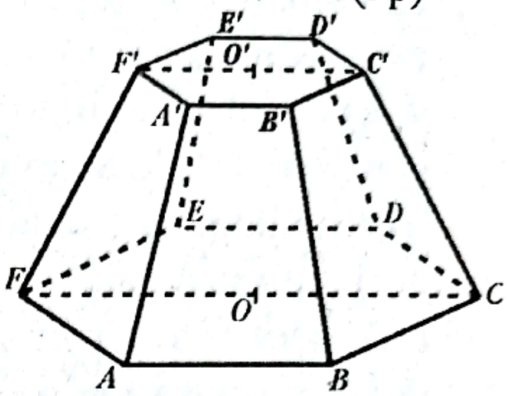
Scanned with OKEN Scanner

2. Fie funcția $f: (-\infty; 3] \to \mathbb{R}$, $f(x) = mx + 9$ ($m \in \mathbb{R}$).

a) Determinați m știind că punctul $A(m; -6m)$ aparține graficului funcției. (5p)

b) Determinați, punctele de pe grafic cu coordonatele egale, dacă $m = -3$. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ este un trunchi de piramidă hexagonală regulată, iar punctele O și O' sunt centrele bazelor trunchiului. Piramida hexagonală regulată $VABCDEF$ are aria totală egală cu $72\sqrt{3}$ cm^2, iar aria laterală egală cu $48\sqrt{3}$ cm^2.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu înălțimea $[OO']$ a trunchiului. (7p)

b) Să se arate că latura bazei piramidei are lungimea egală cu 4 cm și apoi, calculați volumul piramidei. (5p)

c) Să se determine volumul trunchiului de piramidă obținut prin secționarea piramidei cu un plan paralel cu baza și care intersectează înălțimea la o treime de vârf. (5p)

d) Calculați măsura unghiului diedru format de planul unei fețe laterale cu planul bazei. (5p)

VARIANTA 30

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Simetricul punctului $A(2; 5)$ față de axa ordonatelor a unui sistem de axe perpendiculare este punctul $A'(\ldots; \ldots)$. (4p)

b) Fie funcția $f: [-5; \infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x+5$. Valoarea minimă a funcției este egală cu... (4p)

c) Mulțimea soluțiilor ecuației $|x-2| = 3$ este $\{\ldots\}$. (4p)

2. a) Soluțiile naturale ale ecuației $\sqrt{x-2} = x-2$ sunt .... (4p)

b) Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x+3$. În tabelul alăturat, t este egal cu... .(4p)

x	-2	0	1	t
$f(x)$	1	3	4	5

c) Ecuația $(3m-1)\cdot x - 2 = 6$ are soluția $x=1$ dacă $m=\ldots$ (4p)

Scanned with OKEN Scanner

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Punctul $A(2, b)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2 - 3x$ dacă $b = 1$" este... (4p)

b) Fie funcția $f: \{-1; 3; 5; 6\} \to B$, $f(x) = x + 1$. Numărul minim de elemente al mulțimii B este... (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Perechea ordonată $(-1; 2)$ este soluție a ecuației $x + y = 1$" este ... (4p)

4. a) Volumul cilindrului circular drept cu raza bazei de 6 cm și generatoarea de 8 cm este egal cu ... cm^3. (4p)

b) Aria laterală a conului cu generatoarea de 9 cm și raza bazei de 4 cm este egală cu ... cm^2. (4p)

c) Aria totală a cubului cu muchia de 5 cm este egală cu ... cm^2. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Suma a trei numere naturale este 2000. Suma primelor două numere este egală cu al treilea număr, iar diferența lor este 100.

a) Aflați numerele. (5p)

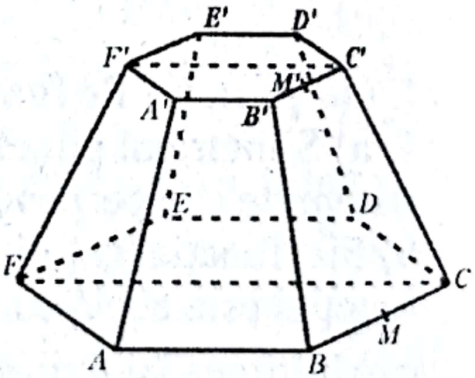
b) Determinați media geometrică a primelor două numere. (5p)

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 1$.

a) Calculați $f(0) + f(0,5)$. (5p)

b) Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $f(a) = a$. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDEFA'B'C'D'E'F'$ este un trunchi de piramidă hexagonală regulată, cu $AB = 8$ cm, $A'B' = 2$ cm și $AA' = 10$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[MM']$, unde punctele M și M' sunt mijloacele muchiilor $[BC]$ și, respectiv $[B'C']$. (7p)

Să se afle:

b) Aria laterală și volumul trunchiului.(5p)

c) Înălțimea piramidei din care provine trunchiul. (5p)

d) Tangenta unghiului diedru format de o față laterală a trunchiului cu planul bazei mari. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 31

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Soluția număr real a ecuației $\sqrt{2x}=2$ este egală cu... (4p)

b) Soluția număr natural a ecuației $\sqrt{x-1}=1-x$ este .... (4p)

c) Dacă $2x\leq 10$, atunci x aparține intervalului (...; ...] (4p)

2. a) Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2$, atunci $f(2)=$ ... (4p)

b) Simetricul punctului $A(2;\ 3)$ față de axa absciselor are coordonatele (...; ...) (4p)

c) Într-un sistem de axe perpendiculare xOy se consideră punctele $A(0;\ 5)$, $B(-2;\ 0)$ și $C(2;\ 0)$. Aria triunghiului ABC este egală cu ... unități de arie. (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției: „Dacă $\sqrt{(x-1)^2}\leq 0$, atunci $|x-1|\leq 0$" este.... (4p)

b) Dacă perechea ordonată de numere reale $(a;\ 1)$ este soluție a ecuației $8x+5y-13=0$, atunci a este egal cu.... (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției: „Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-3$, atunci $f(0)=-3$ ..." este.... (4p)

4. $VABC$ este o piramidă triunghiulară regulată de vârf V, cu raza cercului circumscris bazei egală cu $3\sqrt{3}$ cm și înălțimea $VO=3$ cm.

a) Lungimea proiecției muchiei $[VA]$ pe planul (ABC) este egală cu... cm. (4p)

b) Măsura unghiului format de muchia $[VA]$ cu planul (ABC) este egală cu...°. (4p)

c) Lungimea muchiei laterale $[VA]$ este egală cu ... cm. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Fie ecuația $\dfrac{3x-2y-1}{2x+3y+3}=\dfrac{1}{13}$.

a) Arătați că ecuația este echivalentă cu $29y=37x-16$. (5p)

b) Reprezentați grafic mulțimea soluțiilor ecuației. (5p)

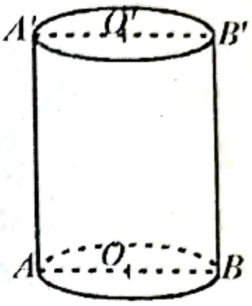
Scanned with OKEN Scanner

2. Se dă funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(a-3)x+(b+1)$, $a, b\in\mathbb{R}$.

a) Să se determine a și b știind că punctele $A(-2;2)$ și $B(3;2)$ aparțin graficului funcției. (5p)

b) Pentru $a=3$ și $b=1$, determinați punctele de pe grafic cu coordonatele egale. (5p)

3. În figura alăturată, este reprezentat un cilindru circular drept, punctele O și O' sunt centrele bazelor cilindrului. Desfășurarea suprafeței laterale a unui cilindru circular drept este un dreptunghi cu lungimea egală cu 10π cm și lățimea de 4 cm, lățimea dreptunghiului reprezintă generatoarea cilindrului.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[OO']$. (7p)

b) Arătați că raza cilindrului are lungimea egală cu 5 cm. (5p)

c) Calculați aria laterală, aria totală și volumul cilindrului. (5p)

d) Aflați raza bazei conului circular drept care are aceeași înălțime și același volum ca cilindrul. (5p)

VARIANTA 32

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x+2$.

a) Calculând $f(0)+f(2)$ se obține ... . (4p)

b) Punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Ox are coordonatele ... . (4p)

c) Punctul de intersecție a graficului funcției f cu axa Oy are coordonatele ... . (4p)

2. a) Fie ecuația $2x+3y-7=0$. Dacă $x=5$, atunci $y=$ ... . (4p)

b) Rezolvând sistemul $\begin{cases}3x+4y=7\\-2x+3y=1\end{cases}$ se obține soluția (...,...). (4p)

c) Dacă $-5\le 2x-3\le 2$, atunci x aparține intervalului ... .(4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției: „Dacă $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x+1$, atunci punctul $A(1;2)\in G_f$" este ... . (4p)

b) Valorile naturale ale lui x pentru care $|x-1|<3$ sunt ... . (4p)

Scanned with OKEN Scanner

c) Calculând x din relația $\frac{5}{x}=\frac{1}{2}$ se obține ... . (4p)

4. Dacă un con circular drept are $R=9$ cm și $G=15$ cm, atunci:
a) Înălțimea conului are lungimea de ... cm. (4p)
b) Aria laterală este de ... cm^2. (4p)
c) Volumul conului este de ... cm^3. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1.a) Rezolvați ecuația $\frac{x-5}{3}-\frac{x+3}{4}=-2$. (5p)

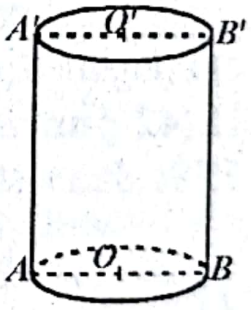
b) Aflați $m\in\mathbb{Z}$, știind că următoarele ecuații sunt echivalente:
$\frac{x-5}{3}-\frac{x+3}{4}=-2$ și $mx=\frac{2x-m}{m}+6$. (5p)

2. Fie funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{3-x}{2}$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=(1-m)x+3m$.

a) Arătați că $n=f(\sqrt{5}-5)-f(\sqrt{5}-3)$ este număr natural. (5p)

b) Pentru $m=1$, aflați aria triunghiului format de axa Oy și reprezentările grafice ale funcțiilor f și g într-un sistem de axe perpendiculare xOy. (5p)

3. În figura alăturată, este reprezentat un cilindru circular drept. Aria bazei cilindrului este egală cu 81π cm^2 și aria laterală este egală cu 180π cm^2.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[OO']$. (7p)
Aflați:
b) Aria totală și volumul cilindrului. (5p)
c) Aria secțiunii axiale a cilindrului. (5p)
d) Înălțimea conului care are volumul și raza bazei egale cu ale cilindrului. (5p)

VARIANTA 33

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. a) Cel mai mic număr natural, soluție a inecuației $2x-4>3$ este numărul... (4p)
b) Ecuația $x+m=3$ are soluția $x=2$, dacă $m=$ ... . (4p)
c) Dacă $x\in\mathbb{R}$ și $x\in[-2;3]$ atunci $2x$ aparține intervalului [...;...] (4p)

Scanned with OKEN Scanner

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$.

a) Calculând $f(2)$, obținem … (4p)

b) Rezultatul calculului $f(-1) \cdot f(2)$ este egal cu… (4p)

c) Punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa ordonatelor, are coordonatele $(0; \ldots)$ (4p)

3. a) Valoarea de adevăr a propoziției: „Există funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{x}$“ este … . (4p)

b) Soluțiile numere naturale ale inecuației $\frac{3 - |x-3|}{|x-3|} \geq 0$ aparțin mulțimii $\{\ldots\}$. (4p)

c) Valoarea de adevăr a propoziției „Perechea ordonată de numere $(1; 1)$ este soluție a ecuației $2x - y = -1$“ este…. (4p)

4. Rombul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle BAD) = 60°$ și $AB = 6\sqrt{3}$ cm, se îndoaie după diagonala BD astfel încât planele (ABD) și (BCD) sunt perpendiculare.

a) Lungimea diagonalei $[BD]$ este egală cu…cm. (4p)

b) Lungimea proiecției segmentului $[AB]$ pe planul (BCD) este egală cu… cm. (4p)

c) Lungimea segmentului (AC) după îndoire este egală cu… cm (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Se dau sistemele de ecuații:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 11 \\ x + 4y = -11 \end{cases} \text{ și } \begin{cases} \frac{2x-1}{2} + \frac{y+1}{3} = -\frac{1}{6} \\ 3(x-1) + y^2 = (y-1)(y+1) - y - 2 \end{cases}$$

a) Arătați că perechea ordonată de numere reale $(1; -3)$ este o soluție comună a celor două sisteme. (5p)

b) Arătați că sistemele nu sunt echivalente. (5p)

2. Considerăm funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 2ax - 3a + 1$, unde $a \in \mathbb{R}$.

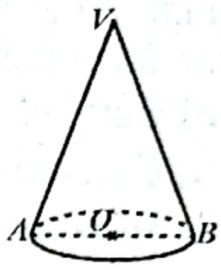
a) Rezolvați în mulțimea numerelor reale, ecuația $f\left(\frac{4a-3}{2a}\right) = 0$. (5p)

b) Pentru $a = 1$, punctele M și N sunt proiecțiile punctelor $A(-1; f(-1))$ și, respectiv, $D(2; f(2))$ pe axa Ox a sistemului

Scanned with OKEN Scanner

de axe perpendiculare xOy. Calculați aria patrulaterului cu vârfurile în punctele M, D, N, A. (5p)

3. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept. Suprafața laterală a conului provine dintr-un sector circular având unghiul cu măsura de 216° și generatoarea de 10 cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[VO]$, unde O este centrul bazei conului. (7p)

b) Arătați că raza conului are lungimea egală cu 6 cm. (5p)

Aflați:

c) Aria totală și volumul conului. (5p)

d) Aria secțiunii axiale în con. (5p)

VARIANTA 34

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Se dă expresia $E(x) = 5x - 4$.

a) Calculând $E(-1)$ se obține ... . (4p)

b) Dacă $E(x) = 0$, atunci $x =$ ... . (4p)

c) Dacă $E(3) - E(x) < 5$, atunci x aparține intervalului ... . (4p)

2. Fie funcțiile $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g(x) = -x + 2$.

a) Calculând $f(\sqrt{2}) + g(\sqrt{2})$ se obține ... . (4p)

b) Valoarea de adevăr a propoziției „$A(0; 2)$ este punctul de intersecție a graficelor celor două funcții” este ... . (4p)

c) Rezolvând în $\mathbb{N}$ ecuația $f(x) - g(x) = 2$ se obține $x =$ ... . (4p)

3. Se dă ecuația $(a - 1)x + a = 2$.

a) Dacă $a = 2$, atunci soluția ecuației este ... . (4p)

b) Dacă $a = 1$, atunci soluția ecuației este ... . (4p)

c) Pentru ca $x = 3$, trebuie ca valoarea lui a să fie ... . (4p)

4. Se dă un cilindru cu secțiunea axială un pătrat de latură 4 cm.

a) Raza cilindrului are lungimea de ... cm. (4p)

b) Aria laterală cilindrului este de ... cm^2. (4p)

c) Volumul cilindrului este de ... cm^3. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Tatăl calculează că, în urmă cu 10 ani, vârsta sa era de 9 ori mai mare decât a fiului său şi că, peste 11 ani, vârsta fiului va fi de 2 ori mai mică decât a sa.

a) Câți ani are fiul acum? (5p)

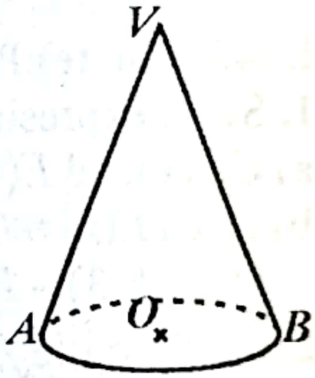
b) Câți ani avea tatăl când s-a născut fiul lui? (5p)

2. Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=ax+b-9$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2bx-a$, unde a şi b sunt numere reale.

a) Aflați a şi b ştiind că punctul $A(2;3)$ aparține graficelor funcțiilor f şi g. (5p)

b) Pentru $a=5$ şi $b=2$, graficele funcțiilor f şi g intersectează axa Ox în punctele B şi, respectiv, C. Calculați distanța de la punctul C la dreapta AB. (5p)

3. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept, unde punctul O este centrul bazei conului. Conul are înălțimea de 4 cm şi volumul egal cu 64π cm^3.



a) Copiați şi completați pe foaia de teză desenul cu segmentele $[VO]$ şi $[AB]$. (7p)

Să se determine:

b) Aria laterală şi totală a conului. (5p)

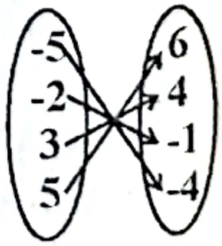
c) Măsura unghiului sectorului circular obținut prin desfăşurarea suprafeței laterale a conului şi să se arate că aceasta este mai mică de 312°. (5p)

d) La ce distanță de planul bazei conului trebuie dus un plan paralel cu acesta care să secționeze conul astfel încât volumul conului mic format să fie egal cu π cm^3. (5p)

VARIANTA 35

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Fie funcția $f:\{-5;-2;3;5\}\to\{-4;-1;4;6\}$ dată prin diagrama din figura alăturată.



a) $f(3)$ este egală cu... . (4p)

b) Dacă $f(a)=6$, atunci a este egal cu... . (4p)

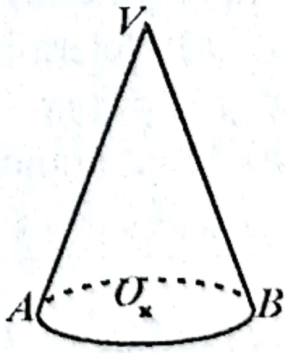
c) Funcția f este definită prin formula $f(x)=\ldots$. (4p)

Scanned with OKEN Scanner

2. a) Dacă $x-2>2$, atunci x aparține intervalului $(\ldots;\ldots)$. (4p)
b) Soluția număr real a ecuației $2x+2=12$ este egală cu ... (4p)
c) Soluția număr real a ecuației $\sqrt{x-\sqrt{2}}=\sqrt{2}-x$ este ... . (4p)
3. a) Valoarea de adevăr a propoziției „Dacă $x\in(-3;\ 4]$ atunci $x+1\in(-2;\ 5]$" este.... (4p)
b) Valoarea minimă a funcției $f:\ (-5;\ 4]\to\mathbb{R}$, $f(x)=4-x$, este egală cu.... (4p)
c) Fie funcția $f:\mathbb{N}^*\to\mathbb{N}^*$, unde $f(n)$ este produsul divizorilor numărului natural n. Atunci $f(8)=\ldots$. (4p)
4. $VABCD$ este o piramidă patrulateră regulată, de vârf V, cu aria laterală de 140 cm^2 și aria bazei de 49 cm^2.
a) Aria totală a piramidei este egală cu... cm^2. (4p)
b) Lungimea muchiei bazei este egală cu... cm. (4p)
c) Lungimea apotemei piramidei este egală cu... cm. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. Mai multe persoane vor să cumpere un obiect. Dacă fiecare persoană dă câte 2500 lei, nu ajung 5000 lei, iar dacă fiecare persoană dă câte 3500 lei, sunt în plus 4000 lei.
a) Câte persoane sunt? (5p)
b) Cât costă obiectul? (5p)
2. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-3x+6$.
a) Calculați distanța de la punctul $M(-4;0)$ la reprezentarea grafică a funcției f. (5p)
b) Rezolvați inecuația $f(n)+n\sqrt{3}>0$, în mulțimea numerelor reale. (5p)
3. În figura alăturată este reprezentat un con circular drept. Aria laterală a conului este egală cu $120\pi\ cm^2$, iar aria secțiunii axiale a acestuia este egală cu $96cm^2$. Se face în con o secțiune cu un plan paralel cu planul bazei astfel încât aria secțiunii este egală cu $18\pi\ cm^2$.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[AB]$. (7p)

Scanned with OKEN Scanner

b) Arătați că lungimea razei conului este egală cu $6\sqrt{2}$ cm. (5p)
c) Aflați aria totală și volumul conului. (5p)
d) Determinați aria laterală și volumul conului mic format prin secționare. (5p)

VARIANTA 36

I. (48 puncte) Pe foaia de teză se trec numai rezultatele.

1. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = x - 4$. (4p)
a) Rezultatul calculului $f(1) + f(7)$ este ... . (4p)
b) Rezolvând ecuația $f(x) = 0$ se obține $x =$ ... . (4p)
c) Valoarea de adevăr a propoziției: „punctul $A(1;5) \in G_f$" este ... . (4p)

2. a) Rezolvând în $\mathbb{R}$ ecuația $2x - 1 = -3$ se obține $x =$ ... . (4p)
b) Valoarea de adevăr a propoziției: „perechea (1; 2) este soluție a ecuației $x - y - 3 = 0$" este ... . (4p)
c) Soluția sistemului $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$ este $x =$ ... ; $y =$ ... . (4p)

3. a) Soluțiile naturale ale inecuației $2x - 1 \leq 3$ sunt ... . (4p)
b) Inecuația $x\left(1-\sqrt{3}\right) > 1$ are ca soluție intervalul ... . (4p)
c) Dacă $\sqrt{x^2 - 2x + 5} \leq 2$, atunci x este egal cu ... . (4p)

4. Un con circular drept are raza bazei de 3 cm și înălțimea de 4 cm.
a) Generatoarea lui are lungimea de ... cm. (4p)
b) Aria secțiunii axiale este de ... cm^2. (4p)
c) Volumul conului este de ... cm^3. (4p)

II.(42 puncte) Pe foaia de teză scrieți rezolvările complete.

1. a) Determinați numerele reale x și y care satisfac relația $x^2 + y^2 + 18x - 6y + 90 = 0$. (5p)
b) Aflați numerele reale x, y, z care satisfac relația:
$$\frac{x^2 + y^2 + y^2 + 3}{2} = x + y + z.$$ (5p)

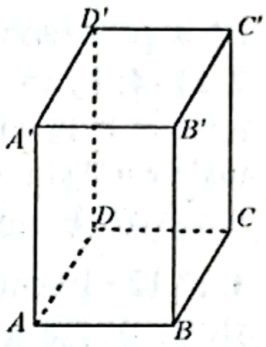
2. Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Graficul funcției conține punctele $A(1; -2)$ și $B(-2; -6)$.

Scanned with OKEN Scanner

a) Reprezentați grafic funcția f, într-un sistem de axe perpendiculare xOy. (5p)

b) Pentru $a = 2$ și $b = -4$, aflați numerele reale x pentru care $f(x)$ se află în intervalul $[-3; 2]$. (5p)

3. În figura alăturată, $ABCDA'B'C'D'$ este un paralelipiped dreptunghic care are dimensiunile $AB = AD = 8$ cm și $AA' = 6$ cm.



a) Copiați și completați pe foaia de teză desenul cu segmentul $[A'C]$. (7p)

b) Calculați lungimea segmentului $[A'C]$. (5p)

c) Calculați distanța de la punctul O, intersecția diagonalelor AC și BD, la dreapta $A'C$. (5p)

d) Calculați valoarea sinusului unghiului format de planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$. (5p)

Scanned with OKEN Scanner

Scanned with OKEN Scanner

REZULTATE, INDICAȚII, SOLUȚII, COMENTARII

VARIANTA* 1

I.1. a) patru funcții; **b)** $f(2) = 2+1 = 3$; **c)** $AB = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$.

2. a) -4; **b)** $x = -1$ implică $4m(-1) - 3 = 3(-1)+m$, adică $-4m - 3 = -3 + m$, de unde $m = 0$; **c)** Se adună ecuațiile parte cu parte și se obține $2x = 14$, de unde $x = 7$ și $y = 5$.

3. a) „A"; **b)** Se obține $x \leq 1$, de unde $x \in (-\infty; 1]$; **c)** „F".

4. a) $12 \cdot 10$ cm $= 120$ cm; **b)** $AC = 10\sqrt{2}$ cm; **c)** 8.

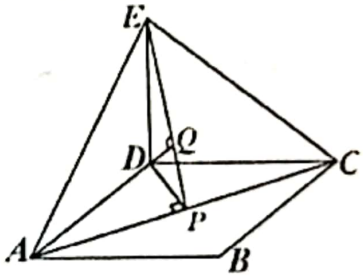
II. 1. a) Fie x, y numărul bancnotelor de 5 și, respectiv, 10 lei. Se obține sistemul: $\begin{cases} x + y = 14 \\ 5x + 10y = 90 \end{cases}$ **(3p)**, cu soluțiile $x = 10$, $y = 4$. **(2p)**

b) Dacă notăm cu n numărul bancnotelor de 5 lei, atunci se poate scrie ecuația $5n + 10n = 90$, de unde $n = 6$ **(3p)**, deci suma se poate plăti cu 6 bancnote de 5 lei și 6 bancnote de 10 lei. **(2p)**

2. a) $f(0) = 2$; $f(1) = \frac{7}{3}$; $f(3) = 3$; $f(5) = \frac{11}{3}$; $f(6) = 4$.**(3p)** Graficul funcției conține punctele: $N(0; 2)$; $M\left(1; \frac{7}{3}\right)$; $N(3; 3)$; $P\left(5; \frac{11}{3}\right)$ și $Q(6; 4)$.

Deci $G_f = \{N, M, N, P, Q\}$.**(2p)** **b)** $A \notin G_f$, $D \notin G_g$ **(3p)**; $B \in G_f$, $C \in G_f$ **(2p)**.

3. a) Transcrierea **figurii (4p)**. Completarea desenului cu ΔEAC **(3p)** **b)** ΔEDC este dreptunghic isoscel, deci $DC = AB = 3a$ **(3p)** În ΔADE dreptunghic avem $\text{tg}30° = \frac{AD}{DE}$, de unde $AD = BC = 3a \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = a\sqrt{3}$ **(2p)**;



c) Fie $DP \perp AC$ ($P \in AC$).**(figura alăturată)** Din $DE \perp (ABC)$; $DP, AC \subset (ABC)$ rezultă conform *teoremei celor trei perpendiculare* că $EP \perp AC$, deci $d(E, AC) = EP$ **(2p)**. Aplicând *teorema a doua a înălțimii* în ΔADC avem $DP = \frac{AD \cdot DC}{AC} = \frac{3a}{2}$ **(1p)**. Cu *teorema lui Pitagora* în ΔEDP obținem $EP^2 = DE^2 + DP^2$, **(1p)** de unde $EP = \frac{3\sqrt{5}\,a}{2}$ **(1p)**; **d)** Fie $DQ \perp EP$ ($Q \in EP$). Din faptul că $AC \perp DP$ și $AC \perp DE$, iar $ED \cap DP = \{D\}$ rezultă că $AC \perp (EDP)$, dar $DQ \subset (EDP)$, deci $AC \perp DQ$.**(2p)** Din $AC \perp DQ$ și $DQ \perp EP$, iar

---

* La variantele 2–36 baremele de notare vor respecta aceleași condiții de evaluare.

$AC \cap EP = \{P\}$ rezultă că $DQ \perp (AEC)$ **(1p)**, deci $d(D,(AEC)) = DQ$.

Aplicând *a doua teoremă a înălțimii* în ΔEDP se obține $DQ = \frac{3\sqrt{5}\,a}{5}$. **(2p)**

VARIANTA 2

I.1. a) 0; **b)** $f(a) = 4$, deci $a = 3$; **c)** $f(-1) + f(0) + f(2) + f(3) = 3 + 1 + 0 + 4 = 8$.

2. a) $2x > 3$ de unde $x > \frac{3}{2}$, deci numărul căutat este 2; **b)** $2x - 3x = 2 + 4$, de unde $x = -6$; **c)** $x = 1$; $y = 2$.

3. a) se înlocuiește $x = 2$ și $y = 3$; obținem o propoziție falsă; **b)** înlocuind $x = a$ și $y = -2$, obținem $a + 2 + 3 = 0$, de unde $a = -5$; **c)** Graficul funcției este un segment, deci propoziția este falsă.

4. a) $AC' = 10\sqrt{2}$ cm; **b)** proiecția este $AC = 10$ cm (teorema lui **Pitagora** în ΔABC); **c)** unghiul este $\sphericalangle A'CA$ și are măsura de 45°.

II. 1. a) Raționalizând, se determină $a = (\sqrt{5}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2}) = 3$ și se obține ecuația $3x + 2 = 2x - 3$ care are soluția -5. **b)** Înlocuind x cu 2 se obține $2a + 2 = 4 - a$, de unde $a = \frac{2}{3}$.

2. a) $\frac{9}{x-1} \in \mathbb{Z}$ implică $A = \{-8;-2;0;2;4;10\}$ și $B = \text{Im}f = \{5;2;1;0;-1;-4\}$.

b) $x^2 + 1 \in \{1;5;10;17\}$ implică $x^2 \in \{0;4;9;16\}$, de unde $x \in \{-4;-3;-2;0;2;3;4\}$.

Deci $M = \{-4;-3;-2;0;2;3;4\}$.

3. a) Vezi **figura 1.**

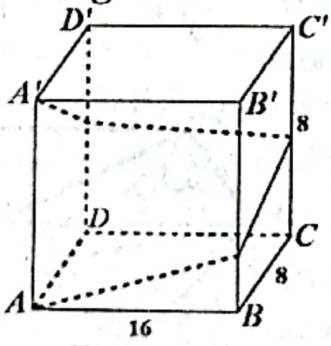


Fig. 1

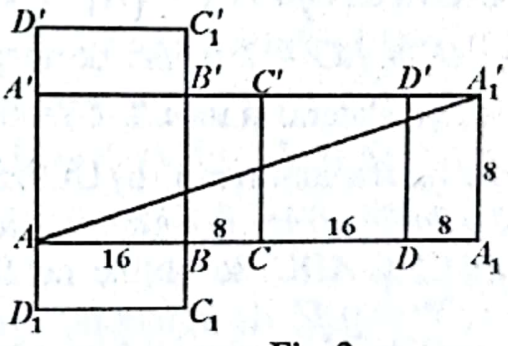


Fig. 2

b) $AC'^2 = AB^2 + BC^2 + CC'^2 = 384$, de unde $AC' = 8\sqrt{6}$ cm. **c)** Efectuăm desfășurarea cutiei (**fig. 2**). Lungimea minimă a drumului parcurs de muscă este egală cu lungimea segmentului AA_1' care se determină cu *teorema lui Pitagora* în $\Delta AA_1A_1'$. Se obține $AA_1' = \sqrt{(16+8+16+8)^2 + 8^2} = \sqrt{2368} = 8\sqrt{37}$ cm;

d) $\cos(\sphericalangle A_1AA_1') = \frac{AA_1}{AA_1'} = \frac{48}{8\sqrt{37}} = \frac{6}{\sqrt{37}} = \frac{6\sqrt{37}}{37}$.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 3

I. 1. a) $f(a) = 2a + 1 = 1$, implică $a = 0$; **b)** $f(b) = 2b + 1 = 7$, implică $b = 3$; **c)** egalând $2x + 1 = 3$ obţinem $x = 1$ şi $2x + 1 = 11$, de unde rezultă că $x = 5$ şi cum $f(0) = 1$ şi $f(3) = 7$ obţinem $A = \{0; 1; 3; 5\}$.

2. a) Înlocuind obţinem $x = -1$; **b)** înlocuind obţinem $y = 5$; **c)** o dreaptă.

3. a) „F“ pentru că $f(b) = 2$ şi $f(b) = 3$; **b)** din $4x \geq -5$ rezultă că $x \geq -\frac{5}{4}$, deci $x \in [-\frac{5}{4}; +\infty)$; **c)** „A“.

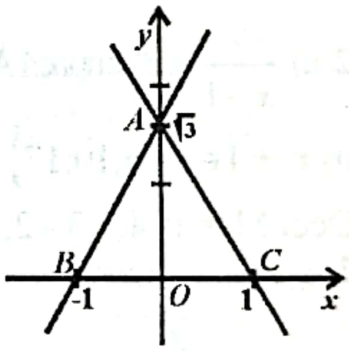
4. a) $d(M, BC) = MB$ (*teorema celor 3 perpendiculare*). Se aplică *teorema lui* **Pitagora** în ΔMAB şi se obţine $MB = 6\sqrt{2}$ cm; **b)** $m(\sphericalangle MDA) = 30°$;

c) $d(A, (MBC)) = AE = 3\sqrt{2}$ cm, unde $AE \perp MB$, $E \in MB$. (aplică *teorema a doua a înălţimii* în ΔMAB)

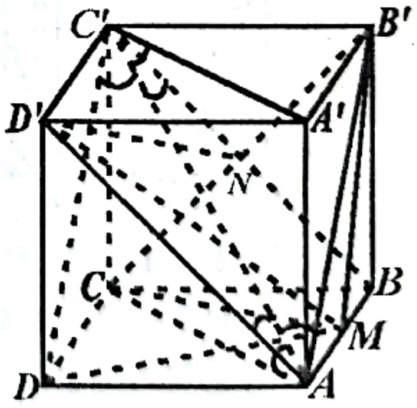
II. 1. a) $E(x) = x^2 - 7x + 12 = x^2 - 4x - 3x + 12 = x(x-4) - 3(x-4) = (x-4)(x-3)$;

b) Din $(x - 3)(x - 4) = 0$ rezultă $x \in \{3; 4\}$.

2. a) Se alcătuieşte tabelul de valori sau se determină coordonatele punctelor de intersecţie cu axele de coordonate ale graficelor celor două funcţii. Intersecţia graficelor funcţiilor f şi g cu axa Ox sunt punctele $B(-1; 0)$ şi, respectiv, $C(1; 0)$ iar cu axa Oy este punctul $A(0; \sqrt{3})$ (**figura alăturată**). Graficul funcţiei f este dreapta AB, iar graficul funcţiei g este dreapta AC.



b) Se observă că $G_f \cap G_g = \{A\}$, unde $A(0, \sqrt{3})$ şi că $AB = AC = BC = 2$ unităţi de lungime, de unde ΔABC este echilateral şi $m(\sphericalangle BAC) = 60°$.



3. a) Vezi **figura alăturată**; **b)** Utilizând *a doua teoremă a înălţimii* în triunghiurile dreptunghice ABC', $AA'C'$ şi ADC' se obţine de fiecare dată distanţa egală cu $\frac{a\sqrt{6}}{3}$; **c)** $\sphericalangle(AC', (ABC)) \equiv \sphericalangle CAC'$; $\sphericalangle(AC', (A'B'C')) \equiv \sphericalangle A'C'A$; $\sphericalangle(AC', (ABB')) \equiv \sphericalangle B'AC'$; $\sphericalangle(AC', (DCC')) \equiv \sphericalangle DC'A$; $\sphericalangle(AC', (AA'D)) \equiv \sphericalangle D'AC'$; $\sphericalangle(AC', (BCC')) \equiv \sphericalangle BC'A$. Dar $\Delta DC'A \equiv \Delta A'C'A \equiv \Delta BC'A \equiv \Delta D'AC' \equiv \Delta B'AC' \equiv \Delta CAC'$ (C.C.) de unde rezultă congruenţa unghiurilor; **d)** Fie punctul P mijlocul muchiei (BC). Din $\Delta D'B'C$ echilateral şi $NB' = NC$ rezultă că $D'N \perp CB'$ (mediana coincide cu înălţimea), iar din triunghiurile dreptunghice $D'DM$, $D'B'N$ şi

Scanned with OKEN Scanner

MPN aplicând *teorema lui Pitagora* obținem $D'M^2 = D'N^2 + MN^2$, de unde cu *teorema reciprocă a lui Pitagora* concluzionăm că $D'N \perp MN$. Acum, din $ND' \perp CB'$; $ND' \perp MN$; MN, $B'C \subset (MCB')$ și $MN \cap B'C = \{N\}$, conchidem că $ND' \perp (MCB')$;

VARIANTA 4

I.1. a) $2x \leqslant 7$, de unde $x \leqslant \frac{7}{2}$, deci numărul căutat este 3; **b)** $2x = 4$, implică $x = 2$;

c) înlocuind $x = a$ și $y = 2$ se obține $-2a + 2 - 5 = 0$, de unde $a = -\frac{3}{2}$.

2. a) $f(0) = 2$ și $f(2) = 0$, de unde $f(0) \cdot f(2) = 0$; **b)** $f(a) = 2$ deci $-a + 2 = 2$, de unde $a = 0$; **c)** $-x + 2 \leq 0$ implică $-x \leq -2$, deci $x \geq 2$, de unde $x \in [2; +\infty)$.

3. a) „A"; **b)** „A"; **c)** $x = 2$, $y = -3$, $z = -5$ pentru că $(x-2)^2 \geq 0$; $(y+3)^2 \geq 0$ și $(z+5)^2 \geq 0$, oricare ar fi $x, y, z \in \mathbb{R}$.

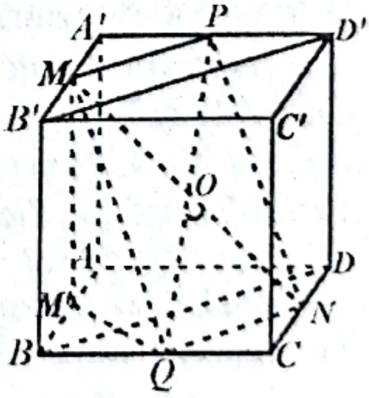
4. a) $EC = 12\sqrt{2}$ cm (*teorema lui Pitagora* în triunghiul dreptunghic BEC); **b)** Fie $CM \perp AB$, $M \in AB$; cum $(ABC) \perp (ABE)$ și $CM \perp AB$ rezultă că $CM \perp (ABE)$. În ΔABC echilateral, $[CM]$ este înălțime, deci $CM = \frac{12\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$ cm;

c) proiecția segmentului (BF) pe planul (ABC) este segmentul $[AB]$.

II. 1. a) Fie c numărul de metri de material necesari pentru un cearșaf și p numărul de metri de material necesari pentru o față de pernă. Scriind ecuațiile problemei, se obține sistemul $\begin{cases} c + 3p = 3,5 \\ 2c + p = 4,5 \end{cases}$, de unde se obțin soluțiile $c = 2$, $p = 0,5$; **b)** Pentru un set este nevoie de $2 + 2 \cdot 0,5 = 3$ m. Deci din 15 m de material se pot face 5 seturi.

2. a) Din $|x+1| < 3$ rezultă $-3 < x + 1 < 3$, adică $x + 1 \in (-3; 3)$, de unde $x \in (-4; 2)$, deci mulțimea $A = (-4; 2)$; **b)** $2 \notin A$, deci $M(2; 1) \notin G_f$; $f(0) = -3$, implică $N(0; -3) \in G_f$; $f(-3) = -9$, conduce la $P(-3; -9) \in G_f$.

3. a) Vezi **figura alăturată**; **b)** Remarcăm mai întâi că $MP \parallel B'D'$ și $NQ \parallel BD$ iar $QN = \frac{BD}{2}$ și $MP = \frac{B'D'}{2}$ (*teorema liniei mijlocii în triunghi*), dar $(BD) \equiv (B'D')$ și $BD \parallel B'D'$ deci patrulaterul $QNPM$ este paralelogram. Trebuie să mai arătăm că patrulaterul are un unghi drept. Fie $MM' \perp (ABC)$, $M' \in (AB)$. Se arată că $M'Q \perp QN$ și atunci conform *teoremei celor trei perpendiculare* rezultă că $MQ \perp QN$. Concluzionăm că patrulaterul $QNPM$ este dreptunghi; **c)** Fie $BC = a$.



Scanned with OKEN Scanner

Cu *teorema lui Pitagora* în $\Delta MM'Q$ obţinem $MQ^2 = M'^2 + M'Q^2 = a^2 + \frac{2a^2}{4}$,

de unde $MQ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. $\mathcal{A}_{PMQN} = MQ \cdot QN = = \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. $\mathcal{P}_{PMQN} =$

$= 2(MQ + QN) = 2\left(\frac{a\sqrt{6}}{2} + \frac{a\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)a.$

d) Cu *teorema lui Pitagora* în ΔMPQ se obţine $PQ^2 = MQ^2 + MP^2 =$

$= \frac{6a^2}{4} + \frac{2a^2}{4} = 2a^2$, de unde $PQ = a\sqrt{2}$ sau din dreptunghiul $BCD'A'$ avem

$PQ = BA' = a\sqrt{2}$. Fie $PQ \cap MN = \{O\}$. ΔOQN este echilateral, deci $m(\sphericalangle NOQ) = 60°$.

VARIANTA 5

I. 1. a) $x \geq 1$, de unde numărul căutat este -1; **b)** $x = \sqrt{3}$; **c)** $[-3; 3]$.

2. a) $f(1) = 4$; **b)** $A = \{1; 2; 3; 4\}$; **c)** $f(x) = x+3$.

3. a) „A" pentru că $\frac{f(a)-f(b)}{a-b} = \frac{(3a+2)-(3b+2)}{a-b} = 3$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$,

$a \neq b$. **b)** Soluţia ecuaţiei este egală cu $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Dar $1 < \frac{2\sqrt{3}}{3} < 2$, adică

$3 < 2\sqrt{3} < 6$ sau $9 < 12 < 36$; **c)** $AO^2 = 3^2 + 1^2$, implică $AO = \sqrt{10}$ cm (*teorema lui Pitagora*).

4. a) $A'C^2 = (4\sqrt{3})^2 + 4^2 + 4^2 = 48 + 16 + 16 = 80$, de unde $A'C = 4\sqrt{5}$ cm;

b) $d(D', AB) = D'A = 4\sqrt{2}$ (aplicaţi, *teorema celor trei perpendiculare* şi

apoi, *teorema lui Pitagora* în $\Delta D'AD$); **c)** $\mathcal{A}_{D'AB} = \frac{D'A \cdot AB}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{6}$.

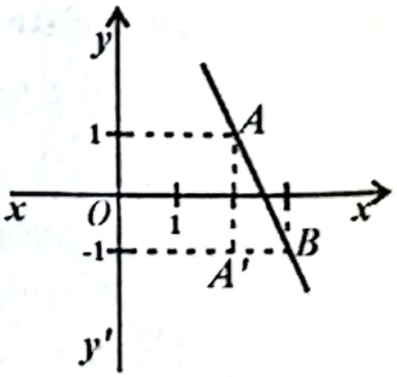
II. 1. a) Fie x – numărul de litri de ulei şi y – numărul de kilograme de zahăr dintr-un pachet. Avem relaţia $3x + 2y = 20$, $x, y \in \mathbb{N}$.

Cum $2/2y$ şi $2/20$ rezultă că $2/3x$, dar $(2, 3) = 1$,

deci $x \in \{2; 4; 6\}$ şi $(x, y) \in \{(2; 7), (4; 4); (6; 1)\}$.

Există 3 moduri. Fie z preţul unui litru de ulei.

Avem ecuaţia $5z + 2 \cdot 2 = 20$, de unde $z = 3{,}20$ lei.

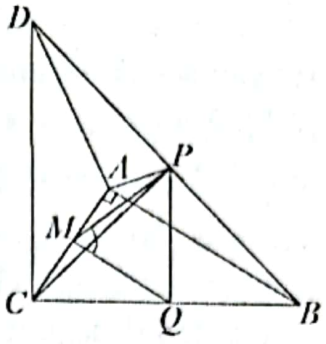


2. a) Vezi **figura alăturată**. **b)** Simetricul punctului A faţă de axa Ox este punctul $A'(2; -1)$.

$\mathcal{A}_{\Delta ABA'} = \frac{AA' \cdot A'B}{2} = 1$ unităţi de arie.

Scanned with OKEN Scanner

3. a) Vezi **figura alăturată**; **b)** Din $DC \perp (ABC)$; $AC \perp AB$ şi $AC,\ AB \subset (ABC)$ rezultă conform *teoremei celor trei perpendiculare* că $DA \perp AB$, deci $d(D, AB) = AD$. Din triunghiul dreptunghic ADC cu *teorema lui Pitagora* se obţine $AD = 2a$; **c)** Din $AB \perp AD$, $AB \perp AC$ şi $AC \cap AD = \{A\}$ rezultă că $AB \perp (ADC)$ şi cum $AB \subset (ABD)$ concluzionăm că $(ABD) \perp (ACD)$;



d) BD este ipotenuză comună a triunghiurilor dreptunghice ABD şi BDC, deci $AP = PC = \frac{BD}{2}$. Fie punctul M mijlocul segmentului (AC). $[MP]$ este înălţime în ΔACP isoscel şi $MQ \perp AC$ iar $PQ \perp (ABC)$, $PQ \parallel CD$ (*teorema liniei mijlocii* în ΔABC şi ΔBCD). Urmează că $\sphericalangle((APC), (ABC)) = \sphericalangle PMQ$ şi $\operatorname{tg}(\sphericalangle PMQ) = \frac{PQ}{MQ} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{a} = \sqrt{3}$, de unde $m(\sphericalangle PMQ) = 60°$.

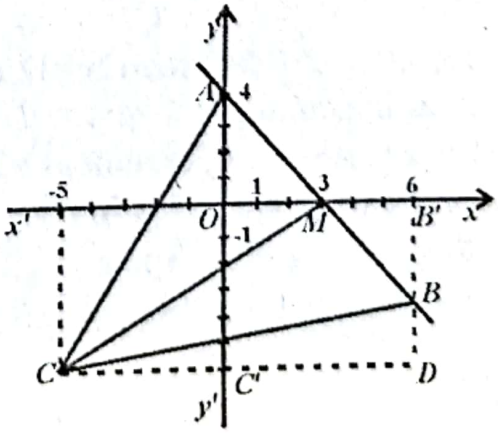
VARIANTA 6

1. a) $AB^2 = (-1-3)^2 + (-2+1)^2 = 17$, de unde $AB = \sqrt{17}$; **b)** $2x = 2$, deci $x = 1$; **c)** $x < 2$, deci $x \in \{0; 1\}$. **2. a)** $f(2) = 7$; **b)** $f(-5) = 0$; **c)** $f(x) \in [0; 7]$; **3. a)** „F"; **b)** înlocuind $x = 1$ şi $y = 1$ obţinem $1 + a - 2 = 0$, de unde $a = 1$; **c)** „F";

4. a) $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{8^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$ cm^2; **b)** $[MN]$ este linie mijlocie în ΔABD, prin urmare $MN = 4$; **c)** ΔMNP este echilateral, deci $\mathcal{A}_{MNP} = \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

II. 1. a) $x - 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$, de unde $x = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$; **b)** valoarea $x = \frac{\sqrt{2}+2}{2}$ poate fi privită ca fiind media aritmetică a numerelor $\sqrt{2}$ şi 2, deci este cuprinsă între cele două numere, adică $x \in (\sqrt{2}; 2)$.

2. a) Dacă $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, atunci din $f(0) = 4$ şi $f(6) = -4$ rezultă $a = -\frac{4}{3}$; $b = 4$. Funcţia este $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$.

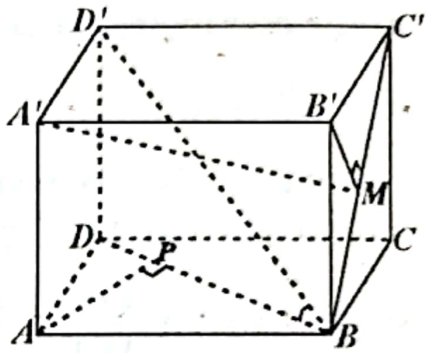


b) Fie $G_f \cap Ox = \{M\}$, punctul M are coordonatele $(3; 0)$ (**figura alăturată**).

Scanned with OKEN Scanner

Se calculează coordonatele mijlocului segmentului $[AB]$ şi se observă că sunt exact coordonatele lui M, deci punctul M este mijlocul segmentului $[AB]$. Fie punctele $C' \in Oy'$ şi $B' \in Ox$ astfel încât $CC' \perp Oy$ şi $BB' \perp Ox$, iar $CC' \cap BB' = \{D\}$. Din triunghiurile dreptunghice ACC' şi BCD cu *teorema lui Pitagora* se ajunge la faptul că $AC = BC = 5\sqrt{5}$ cm. În concluzie, triunghiul ABC este isoscel, mediana CM, corespunzătoare bazei, va fi şi înălţime, deci $CM \perp AB$.

3. a) Vezi **figura alăturată**. **b)** Mai întâi determinăm lungimea înălţimii DD' a paralelipipedului. Avem $BD^2 = AB^2 + AD^2 = 8^2 + 6^2 = 100$, de unde $BD = 10$ cm. În $\Delta BDD'$ dreptunghic avem $\text{tg}(\sphericalangle DBD') = \text{tg}60° = \dfrac{DD'}{BD}$, de unde $DD' = 10\sqrt{3}$ cm. Fie $B'M \perp BC'$, $M \in BC'$.



Cum $A'B' \perp (BCC')$ şi $B'M, BC' \subset (BCC')$, utilizând *teorema celor trei perpendiculare* rezultă că $A'M \perp BC'$, deci $d(A', BC') = A'M$. Din triunghiul dreptunghic $BB'C$ se obţine $B'M = \dfrac{BB' \cdot B'C'}{BC'} = \dfrac{15\sqrt{7}}{7}$ cm, iar din $\Delta A'MB'$ avem

$A'M^2 = A'B'^2 + B'M^2 = 64 + \dfrac{225 \cdot 7}{49} = \dfrac{4711}{49}$, de unde $A'M = \dfrac{\sqrt{4711}}{7}$ cm;

c) Avem $(ABC') \cap (ABC) = AB$ şi cum $BC \perp AB$; $C'B \perp AB$, unde $BC' \subset (ABC')$ şi $BC \subset (ABC)$ rezultă că $\sphericalangle((ABC'),(ABC)) = \sphericalangle CBC'$. $\text{tg}(\sphericalangle CBC') = \dfrac{10\sqrt{3}}{6} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$;

d) Deoarece $AB \perp (BCC')$ rezultă că $d(A, (BCC')) = AB = 8$ cm. Fie $AP \perp BD$, $P \in (BD)$. Din $(ABC) \perp (DBB')$, rezultă că $AP \perp (BDD')$ şi $d(A, (BDB')) = AP$. Utilizând *teorema a doua a înălţimii* în ΔABD, se obţine $AP = \dfrac{AB \cdot AD}{BD} = 4{,}8$ cm.

VARIANTA 7

I. 1. a) Din $2x - 5 = 7$ avem $2x = 12$, deci $x = 6$; **b)** $f(2) = -5 \cdot 2 + 3 = -10 + 3 = -7$; **c)** $[-2; 3]$.
2. a) înlocuim $x = 1$ şi $y = 2$ şi obţinem $(m - 2) \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 5 = 0$, deci $m - 2 + 4 - 5 = 0$, rezultă $m = 3$; **b)** din $x - 5 > -2$ avem $x > -2 + 5$, adică $x > 3$, deci $x \in (3; +\infty)$; **c)** 7 şi 8.
3. a) „A"; **b)** „F" (pentru că reprezentarea grafică este o semidreaptă); **c)** Restul împărţirii lui 34 la 5 este 4, deci $f(34) = 4$.

Scanned with OKEN Scanner

4. a) Fie $AD \perp BC$. În ΔADB se aplică *teorema lui Pitagora* şi se obţine AD=21 cm; **b)** Cum $AM \perp (ABC)$, $AD \perp BC$, $AD, BC \subset (ABC)$ rezultă conform *teoremei celor trei perpendiculare* că $MD \perp BC$, deci $d(M, BC) = MD$. Se obţine $MD = 21 \cdot \sqrt{2}$ cm; **c)** $\sphericalangle((MBC); (ABC)) = \sphericalangle MDA$. Cum ΔMAD este dreptunghic isoscel avem $m(\sphericalangle MDA) = 45°$.

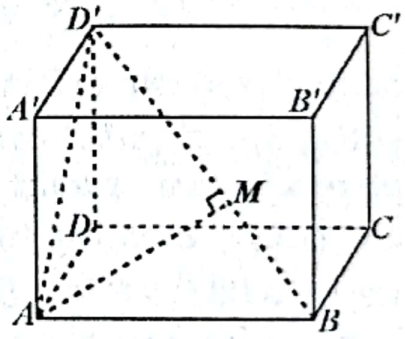
II. 1. Fie e numărul de elevi şi m numărul de mese. Se obţine sistemul: $\begin{cases} 2m+5=e \\ 3(m-3)+2=e \end{cases}$, cu soluţiile: **a)** $m = 12$ şi **b)** $e = 29$.

2. a) Din $2 \cdot f(x) = 3x - f(x) - 1$ rezultă $3 \cdot f(x) = 3x - 1$, deci $f(x) = x - \frac{1}{3}$.

Graficul funcţiei este dreapta AB, unde $A\left(0; -\frac{1}{3}\right)$; $B\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

b) Aria triunghiului AOB este egală cu $\frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{1}{18}$ unităţi de arie.

3. a) Vezi **figura alăturată**. **b)** $BD'^2 = 30^2 + 40^2 + 120^2 = 16900$, de unde $BD' = 130$ cm. **c)** Avem $A'B' \perp AA'$ şi $A'B' \perp B'C'$, de unde $d(AA', B'C') = A'B' = 30$ cm. **d)** Fie $AM \perp BD'$ ($M \in BD'$). Aplicând *teorema a doua a înălţimii* în $\Delta ABD'$ dreptunghic obţinem $AM = \frac{AB \cdot AD'}{BD'} = \frac{30 \cdot 40\sqrt{10}}{130} = \frac{120\sqrt{10}}{13}$ cm.



VARIANTA 8

1. a) Se calculează $f(-2) = -2 + 2 = 0$; $f(-1) = -1 + 2 = 1$; $f(0) = 0 + 2 = 2$; $f(1) = 1 + 2 = 3$ şi avem $B = \{0; 1; 2; 3\}$; **b)** Notăm numerele cu a şi b. Avem $a - b = 40$, $a = 2b$ şi deci $a = 80$ şi $b = 40$; **c)** $x = 1$.

2. a) Din $-2 \le 2x + 1 < 3 \mid_{-1}$ avem $-3 \le 2x < 2 \mid_{:2}$, adică $-\frac{3}{2} \le x < 1$ şi cum $x \in \mathbb{Z}$ avem $A = \{-1; 0\}$; **b)** $x = 2$ şi $y = -3$; **c)** Din $x - 5 < 3$ avem $x < 8$ şi cum $x \in \mathbb{N}$, cel mai mare număr natural soluţie a inecuaţiei date este $x = 7$.

3. a) „F" (pentru că G_f intersectează axa Oy în punctul $B(0; 2)$); **b)** dacă $B(a; 2) \in G_f$, atunci $f(a) = 2$, deci $-a + 2 = 2$, de unde $a = 0$; **c)** **„A"**. Avem $G_f \cap Oy = M(0; f(0))$. Cum $f(0) = 2$, avem $M(0; 2)$. Pentru $f(x) = 0$ rezultă $-x + 2 = 0$, de unde $x = 2$ şi avem $G_f \cap Ox = N(2; 0)$. $\mathcal{A}_{MON} = \frac{OM \cdot ON}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$ unităţi de arie.

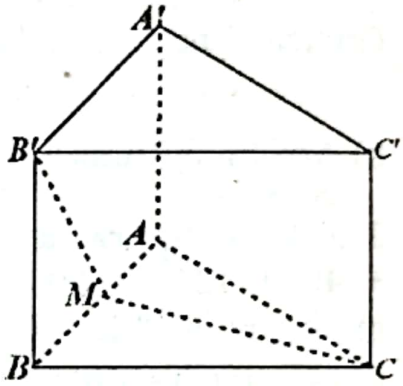
Scanned with OKEN Scanner

4. a) $\mathcal{V}=AB\cdot BC\cdot AA'=3\cdot4\cdot12=144\ cm^2$; **b)** $d^2=a^2+b^2+c^2$, $d^2=3^2+4^2+12^2$, rezultă $d=13$ cm; **c)** Proiecția diagonalei AC' pe planul (ABC) este AC, deci $\sphericalangle(AC';(ABC))=\sphericalangle(AC';AC)=\sphericalangle C'AC$ și $tg(\sphericalangle C'AC)=\dfrac{CC'}{AC}=\dfrac{12}{5}$.

II. 1. a) Se verifică prin înlocuire. **b)** Din rezolvarea sistemului se obține $|x|=1$ și $|y|=2$, de unde $(x;y)\in\{(-1;-2);(-1;2);(1;-2);(1;2)\}$.

2. a) Pentru $a=1$, $f(x)=-2x-1$. Reprezentarea graficului funcției este dreapta AB, unde $A(0;-1)$ și $B(-1;1)$. **b)** Punctul $P(2z;z)\in G_f$, deci $f(2z)=z$, adică $-4z-1=z$, cu $z=-\dfrac{1}{5}$. Punctul P are coordonatele $\left(-\dfrac{2}{5};-\dfrac{1}{5}\right)$.

3. a) Vezi desenul din **figura alăturată**.



b) $\mathcal{V}=\mathcal{A}_b\cdot h=\mathcal{A}_b\cdot AB$ și $\mathcal{A}_b=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}$, deci $\dfrac{AB^3\sqrt{3}}{4}=54\sqrt{3}$, de unde $AB^3=54\cdot4=6^3$, adică $AB=6$ cm; **c)** Din $BB'\perp(ABC)$; $BM\perp MC$ și $BM,\ MC\subset(ABC)$ conform *teoremei celor trei perpendiculare* rezultă că $B'M\perp MC$, deci $d(B',MC)=B'M$. Din triunghiul dreptunghic $B'BM$ cu *teorema lui Pitagora* rezultă că $B'M^2=B'B^2+BM^2$, de unde $B'M^2=6^2+3^2=45$, deci $B'M=3\sqrt{5}$ cm; **d)** Din $AA'\perp(ABC)$ și $MC\subset(ABC)$ rezultă că $MC\perp AA'$ și cum $MC\perp AB$, iar $AB\cap AA'=\{A\}$ conduce la $MC\perp(ABA')$. Acum din $MC\perp(ABA')$ și $MC\subset(MCB')$, rezultă că $(MCB')\perp(ABA')$ și conchidem că $m(\sphericalangle(MCB'),(ABB'))=90°$

VARIANTA 9

I.1. a) $f(1)=4$; **b)** $f(a)=10$ implică $x+3=10$, de unde $x=7$; **c)** $f(0)=3$, deci $B(0;3)$.

2. a) 0; 1; 2; **b)** avem $2\cdot1+3y-8=0$, de unde $y=2$; **c)** $x<-5$, deci $x\in(-\infty;-5)$

3. a) „A"; **b)** Adunând ecuațiile parte cu parte, se obține $3x=-9$, adică $x=-3$ și $y=2$; **c)** Avem ecuația $[(x+3)\cdot4]:5=-24$, care are soluția -33. Numărul este -33..

4. a) $AO=R=\dfrac{10\cdot\sqrt{3}}{3}$ (O este centrul cercului circumscris ΔABC)";

b) $\mathcal{A}_f=\dfrac{10^2\cdot\sqrt{3}}{4}=25\sqrt{3}\ (dm^2)$; **c)** $\mathcal{A}_t=4\cdot25\sqrt{3}=100\sqrt{3}\ dm^2$.

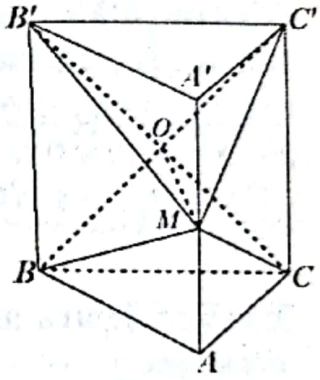
Scanned with OKEN Scanner

II. 1. a) Fie x, y numerele căutate. Se obține sistemul $\begin{cases} x+y=2\sqrt{3} \\ x-y=2\sqrt{2} \end{cases}$, cu soluțiile $x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}-\sqrt{2}$. **b)** $m_g=\sqrt{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=1$.

2. a) Din $A, B \in G_f$ rezultă că $f(-2)=-11$ și $f\left(\frac{1}{2}\right)=-1$ se obține sistemul de ecuații $\begin{cases} -2a+b=-11 \\ a+2b=-2 \end{cases}$ cu soluțiile $a=4$ și $b=-3$.

b) $f(x)=4x-3$. Graficul funcției este dreapta AB, unde $A(-2;-11)$ și $B\left(\frac{1}{2};-1\right)$.

3. a) Vezi figura alăturată.



b) $\mathcal{A}_l=P_b\cdot h=2\sqrt{3}\cdot 3\cdot 2\sqrt{3}=36$ m^2; **c)** $\mathcal{V}_{\text{prismei}}=A_b\cdot h=$ $=\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}\cdot 2\sqrt{3}=18$ m^3. 1 m^3 apă = 1000 dm^3 = 1000 l. 18 m^3=18000 l; **d)** Fie $\{O\}=BC'\cap CB'$. $\Delta MAB\equiv$ $\equiv\Delta MAC\equiv\Delta MA'B'\equiv\Delta MA'C'$ (C.C.), de unde $MB=MC=$ $=MC'=MB'$. Din triunghiurile isoscele $\Delta MB'C$ și $\Delta MBC'$ rezultă că $OM\perp B'C$ și $OM\perp BC'$. Cum $BC'\cap B'C=\{O\}$ rezultă că $OM\perp(BCC')$, dar patrulaterul $BCC'B'$ este pătrat și conchidem că piramida $MBCC'B'$ este piramidă patrulateră regulată. Cu *teorema lui Pitagora* în triunghiurile $A'MB'$ și MOB' se obține: $OM^2=MB'^2-OB'^2=A'B'^2+A'M^2-OB'^2=12+3-6=9$, de unde $OM=3$ m. $\mathcal{V}_{\text{piramidei}}=\frac{\left(2\sqrt{3}\right)^2\cdot 3}{3}=12$ m^3.

VARIANTA 10

I. 1. a) $(-2;1)$; b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $x=2$; $y=4$..

2. a) $f(2)=-4$; b) $f(a)=-2$ implică $-2a=-2$, de unde $a=1$; c) $f(2)f(3):f(1)=$ $=(-4)(-6):(-2)=-12$.

3. a) „A“; b) $x<8$, deci $x\in(-\infty;8)$; c) „F“ (pentru că G_f este o semidreapta închisă).

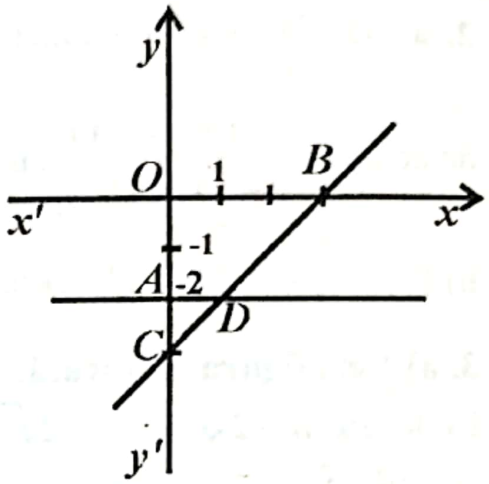
4. a) $4^2=16$ m^2; b) $\frac{4^2\cdot\sqrt{3}}{4}=4\sqrt{3}$ m^2; c) $\mathcal{A}_t=\mathcal{A}_l+2\mathcal{A}_b=3\cdot 4\cdot 4+2\cdot 4\sqrt{3}=$ $=8\cdot(6+\sqrt{3})$m^2.

Scanned with OKEN Scanner

II. 1. a) Fie x numărul de zile după care cei doi copii rămân cu sume egale de bani. Se obţine ecuaţia $140 - 10x = 120 - 8x$, cu soluţia $x = 10$.

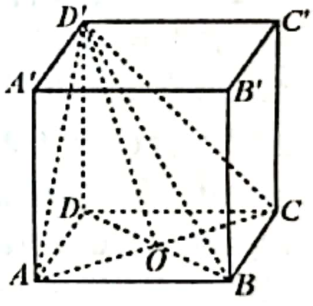
b) Fie y numărul de zile după care suma de bani a lui Andi este cu 10 lei mai mare decât a Biancăi. Se obţine ecuaţia $140 - 10y = 120 - 8y + 10$, cu soluţia $y = 5$.

2. a) $M \in G_f$ conduce la $f(b) = a$, de unde $(a + 2)b - 2 = a$, iar $M \in G_g$ conduce la $b - 3b = a$, adică $a = -2b$. Înlocuind în prima relaţie se obţine ecuaţia $b^2 - 2b + 1 = 0$ sau $(b - 1)^2 = 0$, care are soluţia $b = 1$. Deci $a = -2$ şi $b = 1$.



b) Pentru $a = -2$ şi $b = 1$ avem $f(x) = -2$ şi $g(x) = x - 3$. Graficul funcţiei f este dreapta paralelă la axa Ox care conţine punctul $A(0; -2)$, iar graficul funcţiei g intersectează axa Ox în punctul $B(3; 0)$ şi axa Oy în punctul $C(0; -3)$. Graficul funcţiei g este dreapta BC. (**figura alăturată**). Graficele celor două funcţii se intersectează în punctul D de abscisă 1 şi se obţine ca soluţie a ecuaţiei $x - 3 = -2$, iar ordonata punctului D este -2. Aria trapezului dreptunghic $OADB$ este egală cu $\frac{(OB + AD) \cdot OA}{2} = \frac{(3+1) \cdot 2}{2} = 4$ unităţi de arie.

3. a) Vezi **figura alăturată**; **b)** Avem $\frac{AB}{3} = \frac{AA'}{6} = k$ $(k \in \mathbb{R}^+)$, de unde $AB = 3k$, $AA' = 6k$. Fie $AB = a$ şi $AA' = b$. $\mathcal{A}_{\text{totală}} = 2a^2 + 2ab + 2ab = 90k^2 = 360$, de unde $k^2 = 4$ şi $k = 2$, iar $AB = 6$ cm şi $AA' = 12$ cm; **c)** Din $\Delta DD'O$ dreptunghic cu *teorema lui Pitagora* se obţine $OD'^2 = DD'^2 + DO^2 = 12^2 + \left(\frac{6\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 144 + 18 = 162$, de unde $OD' = 9\sqrt{2}$ cm;



d) Avem $(D'AC) \cap (D'DB) = OD'$. Din $DD' \perp (ABC)$, $OD \perp AC$ şi $AC, OD \subset (ABC)$ rezultă conform *teoremei celor trei perpendiculare* că $OD' \perp AC$ şi cum $AC \perp BD$ conduce la $AC \perp (D'BD)$, de unde $(D'AC) \perp (D'DB)$.

VARIANTA 11

I. 1. a) avem $x - 3 + 3 = 0$, adică $x = 0$; **b)** $x = \sqrt{3}$; **c)** $2x \geq 7$ implică $x \geq \frac{7}{2}$ de unde $x \in [\frac{7}{2}; +\infty)$.

2. a) $f(5) = 3 - 5 = -2$; **b)** $f(1) = 3 - 1 = 2$, deci $A(1; 2)$; **c)** $f(x) = 0$ implică $3 - x = 0$, adică $x = 3$, deci $[3; 0)$.

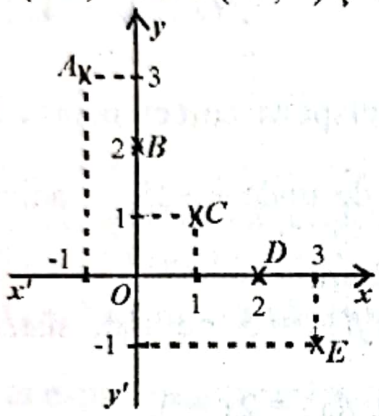
Scanned with OKEN Scanner

3. a) „A“; **b)** Avem $b-8=a$ şi $\frac{a+5}{b-1}=\frac{8}{9}$, de unde $\frac{b-3}{b-1}=\frac{8}{9}$ sau $9b-27=$ $=8b-8$. Se obţine $b=19$, $a=11$ şi $\frac{a}{b}=\frac{11}{19}$. **c)** „A“.

4. a) 90°; **b)** $AC'=\sqrt{10^2+6^2+8^2}=10\sqrt{2}$ cm; **c)** Proiecţia dreptei AC' cu planul (ADD') este $[AD']$. Se obţine $AD'=10$ cm, iar $\Delta AD'C'$ este dreptunghic isoscel, deci unghiul $\sphericalangle D'AC'$ are măsura de 45°.

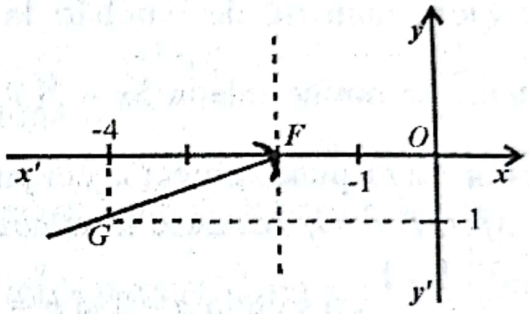
II. 1. $A=\{-1; 0; 1; 2; 3\}$. Vezi **figura 1a şi 1b.**

$G_f=\{A, B, C, D, E\}$, unde $A(-1; 3)$; $B(0; 2)$; $C(1; 1)$; $D(2; 0)$; $E(3; -1)$; $G_g=$ (FG, unde $F(-2; 0)$ şi $G(-4; -1)$.



a)

Fig. 1

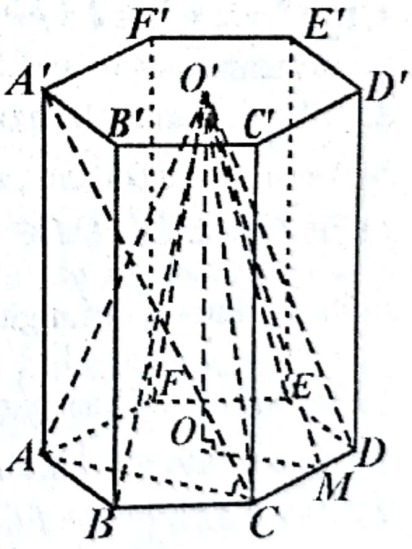


b)

2. a) $42:6=7$ (pagini).

b) Fie x numărul de pagini ce trebuie scrise în prima zi. Se poate scrie ecuaţia: $x+x+3+x+6+x+9=42$, cu soluţia $x=6$.

3. a) Vezi **figura alăturată.**



b) $\mathcal{A}_l=P_b\cdot h=6\cdot 8\cdot 8=384$ cm^2;

$\mathcal{A}_b=\frac{3AB^2\cdot\sqrt{3}}{2}=\frac{3\cdot 8^2\cdot\sqrt{3}}{2}=96\sqrt{3}$ cm^2;

$\mathcal{A}_t=\mathcal{A}_l+2\mathcal{A}_b=192\left(\sqrt{3}+2\right)$ cm^2;

$\mathcal{V}_{\text{prismei}}=\mathcal{A}_b\cdot h=96\sqrt{3}\cdot 8=768\sqrt{3}$ cm^3.

c) $\sphericalangle(A'C,(ABC))=\sphericalangle ACA'$, $AC=AB\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ cm şi $\operatorname{tg}(\sphericalangle ACA')=\frac{AA'}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, de unde $m(\sphericalangle ACA')=30°$.

d) Fie $O'M$ apotema piramidei. Din $\Delta OMO'$ dreptunghic (O este centrul bazei $ABCDEF$) se obţine $MO'^2=OO'^2+MO^2=\left(\frac{8\sqrt{3}}{2}\right)^2+8^2=112$, de unde $O'M=4\sqrt{7}$ cm. $\mathcal{A}_l=P_b\cdot\frac{O'M}{2}=96\sqrt{7}$ cm^2; $\mathcal{V}=\frac{A_b\cdot h}{3}=256\sqrt{3}$ cm^3.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 12

I. 1. a) $x=\sqrt{7}$; **b)** $2x\leq 2$, deci $x\leq 1$, de unde $x\in(-\infty;\ 1]$; **c)** $(2;\ 0)$.

2. a) $f(0)=8$; **b)** $f(2)=b$, implică $b=8-4=4$; **c)** $f(2)=8-4=4$.

3. a) „F“; **b)** Avem $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=8$ şi $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=-4$, de unde $\frac{2}{a}=8-4$, adică $a=\frac{1}{2}$ şi $\frac{1}{b}=8-2=6$. Deci $a=\frac{1}{2}$ şi $b=\frac{1}{6}$; **c)** „A“.

4. a) 4 cm; **b)** $R=2a_b=6$ cm; **c)** Dacă O centrul cercului circumscris ΔABC, atunci unghiul format de VA cu planul (ABC) este $\sphericalangle VAO$. $\operatorname{tg}VAO=\frac{VO}{AO}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

II. 1. a) $14\cdot 5-26\cdot 2=18$ (puncte).

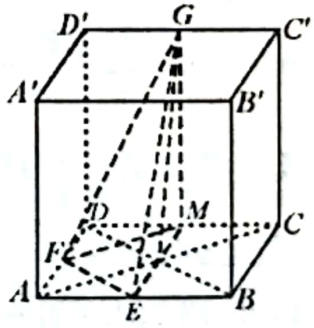
b) Fie x numărul de întrebări la care trebuie răspuns corect pentru a fi admis. Se obţine relaţia $5x-2(40-x)>100$, de unde $x>25\frac{5}{7}$, adică el trebuie să răspundă corect la cel puţin 26 de întrebări.

2. a) $A,\ B\in G_f$ conduce la relaţiile $f(-1)=1$ şi $f(1)=5$, de unde sistemul $\begin{cases}-a+b=1\\ a+b=5\end{cases}$ cu soluţia $a=2$ şi $b=3$. Prin urmare, $f(x)=2x+3$.

b) $f(0)+f(1)+...+f(50)=(2\cdot 0+3)+(2\cdot 1+3)+...+(2\cdot 50+3)=2(1+2+...+50)+$

$+\underbrace{(3+3+...+3)}_{51\text{ termeni}}=2\cdot\frac{50\cdot 51}{2}+3\cdot 51=51\cdot(50+3)=51\cdot 53=2703.$

3. a) **Vezi figura alăturată.**



b) $\mathcal{A}=6\cdot 10^2=600\ \text{cm}^2$; $\mathcal{V}=10^3=1000\text{cm}^3$; $d=10\sqrt{3}$ cm.

c) Fie $GM\perp DC$ $(M\in DC)$. Conform *teoremei liniei mijlocii* într-un triunghi avem: $FM=\frac{AC}{2}=\frac{BD}{2}=$ $=FE=5\sqrt{2}$ cm. Din triunghiurile dreptunghice GME şi GMF cu *teorema lui Pitagora* se obţine $EG=10\sqrt{2}$ cm şi $FG=5\sqrt{6}$ cm. Se observă că $EG^2=FG^2+FE^2$, de unde conform *teoremei reciproce a lui Pitagora* concluzionăm că $m(\sphericalangle EFG)=90°$.

Observaţie: Se poate arăta că $FG\perp FE$ utilizând *teorema celor trei perpendiculare*. Avem $GM\perp(ABC)$; $FM\perp FE$ etc.;

d) $\mathcal{A}_{\Delta GFE}=\frac{GF\cdot FE}{2}=\frac{5\sqrt{6}\cdot 5\sqrt{2}}{2}=25\sqrt{3}\ \text{cm}^3$.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 13

I. 1. a) Înlocuim şi obţinem $x-5\cdot5=-15$, deci $x=10$; **b)** avem $x\geq\sqrt{3}$, de unde $x\in[\sqrt{3};+\infty)$; **c)** $(2;1)$.

2. a) $f(0)=a$, implică $a=4$; **b)** $f(x)=0$, de unde $2x+4=0$, avem $x=-2$, prin urmare $(-2;0)$; **c)** intersecţiile graficului funcţiei cu axele de coordonate sunt punctele $A(0;4)$ şi $B(-2;0)$. În ΔAOB dreptunghic se calculează lungimea înălţimii OM, $M\in AB$ şi obţinem $OM=\frac{OA\cdot OB}{AB}=\frac{4\cdot2}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$ (*teorema a doua a înălţimii*).

3. a) „F"; **b)** Se înmulţeşte prima ecuaţie cu 2 şi se adună parte cu parte, obţinându-se $x=-1$ şi $y=-\frac{1}{2}$; **c)** Avem $a^2+6a+9>4a+7$, de unde $a^2+2a+2>0$ sau $(a+1)^2+1>0$. Cum $(a+1)^2\geq0$, oricare ar fi $a\in\mathbb{R}$, conduce la faptul că propoziţia este adevărată.

4. a) $9\cdot6=54$ cm; **b)** 45° ($\Delta A'BA$ este dreptunghic isoscel); **c)** $\mathcal{A}_l=3\cdot6^2=108$ cm^2.

II. 1. a) Notăm cu x vârsta lui Gabriel în prezent. În urmă cu trei ani, Victor avea vârsta exprimată prin expresia $\frac{x-3}{2}$ ani, deci în prezent vârsta acestuia o putem exprima prin $\frac{x-3}{2}+3=\frac{x+3}{2}$ ani. Avem ecuaţia $x+\frac{x+3}{2}=21$, care are soluţia 13. Deci în prezent Gabriel are 13 ani şi Victor 8 ani.

b) Notăm cu y numărul de ani peste care vârsta lui Victor va fi două treimi din vârsta lui Gabriel. Avem ecuaţia $y+8=\frac{2}{3}\cdot(13+x)$, care are soluţia 2.

Răspuns: peste 2 ani.

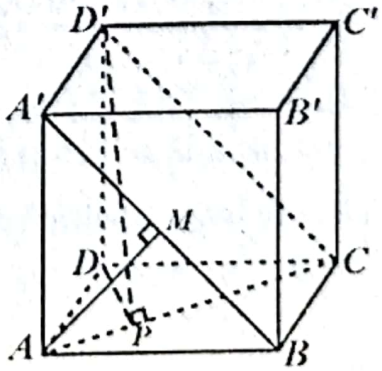
2. a) Din $f(x)=g(x)$ se obţine $x=1$, deci punctul de intersecţie va avea coordonatele $(1;a+b)$.

b) $f(x)=x-2$; $g(x)=-2x+1$. Graficul funcţiei f este dreapta AC, unde $A(0;-2)$ şi $C(1;-1)$, iar graficul funcţiei g este dreapta BC, unde $B(0;1)$.

Aplicând teorema lui Pitagora se calculează $BC=\sqrt{5}$; $AC=\sqrt{2}$ şi cum $AB=3$, rezultă că perimetrul triunghiului ABC este egal cu $(3+\sqrt{5}+\sqrt{2})$ unităţi de lungime.

3. a) Vezi **figura alăturată**.

b) Din $AA'\perp(ABC)$, $AB\perp BC$ şi AB, $BC\subset(ABC)$ rezultă conform *teoremei celor trei perpendiculare* că $A'B\perp BC$, deci patrulaterul $A'BCD'$ este dreptunghi şi



Scanned with OKEN Scanner

avem $A'B = \frac{\mathcal{A}_{A'BCD'}}{3} = 13$ cm. Din $\Delta ABA'$ cu *teorema lui Pitagora* obţinem: $AA'^2 = A'B^2 - AB^2 = 169 - 25 = 144$, de unde $AA' = 12$ cm; $\mathcal{A}_t = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 3 \cdot 12 + 2 \cdot 5 \cdot 12 = 222$ cm^2; $\mathcal{V} = 3 \cdot 5 \cdot 12 = 180$ cm^3.

c) Fie $DP \perp AC$. Din $DD' \perp (ABC)$, $DP \perp AC$ şi $DP, AC \subset (ABC)$, conform *teoremei celor trei perpendiculare* rezultă că $D'P \perp AC$, deci $d(D', AC) = D'P$. Aplicând *teorema a doua a înălţimii* în ΔADC şi *teorema lui Pitagora* în $\Delta D'PD$ obţinem $DP = \frac{3 \cdot 5}{\sqrt{34}} = \frac{15\sqrt{34}}{34}$ şi $D'P = \sqrt{\frac{5121}{34}}$ cm.

d) Fie $AM \perp A'B$ $(M \in A'B)$. Cum $BC \perp (ABA')$ avem $BC \perp AM$. Din $AM \perp A'B$, $AM \perp BC$ şi $BC \cap A'B = \{B\}$ rezultă că $AM \perp (BCA')$. Deci $d(A, (BCA')) = AM$. Aplicând *teorema a doua a înălţimii* în $\Delta ABA'$ obţinem $AM = \frac{AB \cdot AA'}{A'B} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13}$ cm. Pentru a justifica că $AM \perp (BCA')$ putem utiliza faptul că $(BCA') \perp (ABA')$.

VARIANTA 14

I. 1. a) $f(2) = -13 \cdot 2 + 26 = 0$, deci $f(2) \cdot f(2007) = 0$; **b)** trebuie ca $f(0) = 0$, deci $a = 0$; **c)** $x^2 + 1 > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, deci inecuaţia este echivalentă cu $2x - 7 \leq 0$. Se obţine $x \in (-\infty; \frac{7}{2}]$.

2. a) Pentru $a = 2$ avem $2x + 3 = 5$, $2x = 2$, deci $x = 1$; **b)** înlocuind x cu 1, obţinem $1 \cdot a + 3 = 5$, de unde $a = 2$; **c)** deoarece ecuaţiile sunt echivalente, atunci ele au aceeaşi mulţime de soluţii. Din $x + 3 = 1$, avem $x = -2$ şi înlocuim în prima ecuaţie: $a \cdot (-2) + 3 = 5$ se obţine $-2a = 2$, deci $a = -1$.

3. a) „A"; **b)** $x = 1$ şi $y = 6$; **c)** „F" (pentru că $2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 11$).

4. a) Cu *teorema lui Pitagora* unde O este centrul bazei şi M este mijlocul muchiei $[AB]$ în ΔVOM se obţine $h^2 = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 6^2} = \sqrt{36} = 6$ cm; **b)** $V = \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{12^2 \cdot 6}{3} = 288 \text{cm}^2$; **c)** $A_t = A_l + A_B = \frac{4 \cdot 12 \cdot 6\sqrt{2}}{2} + 12^2 = 144\left(\sqrt{2} + 1\right) \text{cm}^2$.

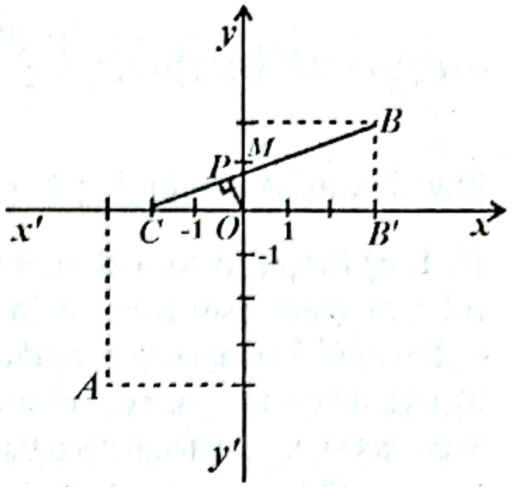
II. 1. a) Ţinând cont că $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, se deduce $a - b = 10$, de unde se află $a = 15$ şi $b = 5$.

b) Media geometrică este $\sqrt{5 \cdot 15} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$.

Scanned with OKEN Scanner

2. a) $A(-3; -4)$.

b) Fie $BC \cap OY = \{M\}$ şi $OP \perp BC$, $P \in BC$; $BB' \perp OX$, $B' \in OX$. (**figura alăturată**). Cu *teorema lui Pitagora* se obţine $BC^2 = 5^2 + 2^2 = 29$, de unde $BC = \sqrt{29}$. $\Delta COM \sim \Delta CB'B$ (**t.f.a.**) conduce la $\frac{MC}{BC} = \frac{OM}{BB'} = \frac{OC}{CB'} = \frac{2}{5}$, de unde $MC = \frac{2\sqrt{29}}{5}$ şi $OM = \frac{4}{5}$.

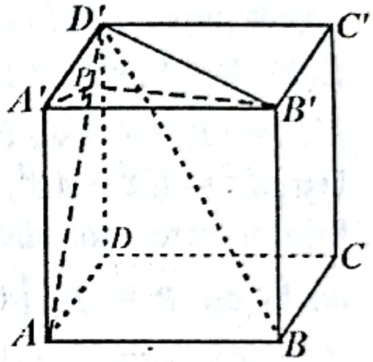


Cu *teorema a doua a înălţimii* în ΔOMC se obţine.

$OP = \frac{OC \cdot OM}{MC} = 2 \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{2\sqrt{29}} = \frac{4\sqrt{29}}{29}$ unităţi de lungime.

3. a) Vezi **figura alăturată**.

b) Fie $AB = a$, $BC = b$ şi $AA' = c$. Avem relaţiile $a + b + c = 19$; $a^2 + b^2 + c^2 = 169$ şi $\mathcal{A}_{\text{totală}} = 2ab + 2ac + 2bc$; Dar $2ab + 2ac + 2bc = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2) = 361 - 169 = 192$. Urmează că $\mathcal{A}_{\text{totală}} = 192$ cm^2.



c) Avem $c = 19 - (3 + 4) = 12$ cm şi $V = abc = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144$ cm^3.

d) Fie $A'P \perp AD'$. Din $A'B' \perp (ADD')$, $A'P \perp AD'$ şi $A'P$, $AD' \subset (ADD')$ rezultă conform *teoremei celor trei perpendiculare* că $B'P \perp AD'$, deci $d(B', AD') = B'P$. Aplicând *teorema a doua a înălţimii* în $\Delta AA'D'$ şi apoi cu *teorema lui Pitagora* în $\Delta A'B'P$ obţinem: $A'P = \frac{AA' \cdot A'D'}{AD'} = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ şi $PB' = \frac{\sqrt{545}}{5}$ cm.

Observaţie: Lungimea segmentului $B'P$ poate fi determinată şi din $\Delta AB'D'$.

VARIANTA 15

I. 1. a) $\{-2; 2; 6; 8\}$; **b)** avem $x > 2\sqrt{3}$, prin urmare $x \in (2\sqrt{3}; +\infty)$; **c)** $x = -1$.

2. a) înlocuind, obţinem $2 \cdot 0 - y + 13 = 0$, de unde $y = 13$; **b)** $2x - 5 + 13 = 0$ implică $2x = -8$, adică $x = -4$; **c)** $\frac{x}{y} = 1$ implică $x = y$, deci $2x - x + 13 = 0$, adică $x = -13$.

3. a) „A"; **b)** se adună ecuaţiile parte cu parte şi se obţine $3x = 60$, de unde $x = 20$ şi $y = 5$; **c)** „F", pentru că, de exemplu, -5 este soluţie a inecuaţiei date.

Scanned with OKEN Scanner

4. a) $16^2 = 256$ cm^2; **b)** $a_p = \dfrac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$ (a_p înălțimea unei fețe laterale, care este triunghi echilateral); **c)** $\mathcal{A}_l = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b = 4 \cdot \dfrac{16^2\sqrt{3}}{4} + 256 = 256(\sqrt{3}+1)$ cm^2.

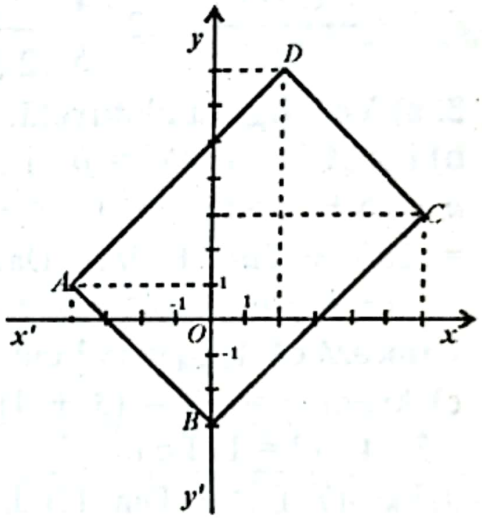
II. 1. a) Prețul maxim al unui cadou se obține atunci când articolul cu prețul cel mai mare este prezent în numărul cel mai mare, adică atunci când în cadou sunt 7 banane și o portocală; prețul maxim va fi de 6,20 lei.

b) Urmărind raționamentul anterior, prețul minim se va obține atunci când în pachet sunt 7 portocale și o banană, iar împreună cu jucăria vor costa 10 lei.

2. a) $y \in \mathbb{Z}$ implică $x-1 \mid 2x+3$, de unde $x-1 \mid 2(x-1)+5$, adică $x-1 \mid 5$, de unde $x-1 \in \{-5; -1; 1; 5\}$ și $x \in \{-4; 0; 2; 6\}$ iar $y \in \{1; -3; 7; 3\}$. Avem $M = \{(-4; 1); (0; -3); (2; 7); (6; 3)\}$.

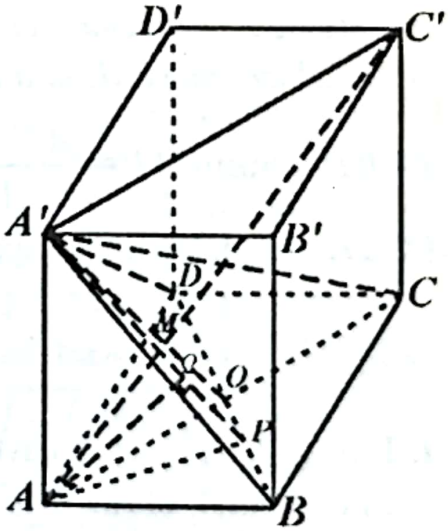
b) Vezi **figura alăturată**.

Avem punctele $A(-4; 1)$; $B(0; -3)$; $C(6; 3)$ și $D(2; 7)$. Arătați că $AB = CD = 4\sqrt{2}$ cm; $AD = BC = 6\sqrt{2}$ cm și $BD = 2\sqrt{26}$ cm. Dar $BD^2 = AD^2 + AB^2$, deci $m(\sphericalangle BAD) = 90°$. Prin urmare, patrulaterul $ABCD$ este dreptunghi cu $\mathcal{P} = 2 \cdot \left(4\sqrt{2} + 6\sqrt{2}\right) = 20\sqrt{2}$ cm și $\mathcal{A} = 4\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 48$ cm^2.



3. a) Vezi **figura alăturată**.

b) Cu *teorema lui Pitagora* în $\Delta A'AC$ obținem: $AA'^2 = A'C^2 - AC^2 = 13^2 - 5^2 = 144$, de unde $AA' = 12$ cm. Dacă $AB = n$, atunci $BC = n+1$ (unde $n \in \mathbb{N}^*$) și din ΔABC cu *teorema lui Pitagora* avem $n^2 + (n+1)^2 = 5^2$, de unde ecuația $n^2 + n^2 + 2n + 1 = 25$, care este echivalentă cu $n^2 + n = 12$ și cum $n \in \mathbb{N}^*$ rezultă $n = 3$. Prin urmare, $AB = 3$ cm și $BC = 4$ cm. $\mathcal{A}_l = P_{bazei} \cdot h = 2 \cdot (3+4) \cdot 12 = 168$ cm^2; $\mathcal{V} = A_b \cdot h = 3 \cdot 4 \cdot 12 = 144$ cm^3.



c) Fie $AP \perp BD$ și $AQ \perp A'P$ ($P \in DB$ și $Q \in A'P$). Cu *teorema celor trei perpendiculare* se obține că $A'P \perp BD$. Din $BD \perp A'P$ și $BD \perp A'A$ cum $A'P \cap A'A = \{A'\}$ rezultă că $BD \perp (A'AP)$, dar $AQ \subset (A'AP)$, deci $AQ \perp BD$. Din $AQ \perp BD$, $AQ \perp A'P$ și $A'P \cap BD = \{P\}$ rezultă că $AQ \perp (A'BD)$, de unde $d(A, (A'BD)) = AQ$. Cu *teorema lui Pitagora* în $\Delta APA'$ și cu *teorema*

Scanned with OKEN Scanner

a doua a înălțimii în ΔABD și $\Delta AA'P$ se obține $AP = \frac{4\cdot 3}{5} = \frac{12}{5}$, $A'P = \frac{12\sqrt{26}}{5}$ cm

și $AQ = \frac{12\cdot\frac{12}{5}}{\frac{12\cdot\sqrt{26}}{5}} = \frac{6\sqrt{26}}{13}$ cm.

d) Fie $\{O\} = AC \cap BD$ și $\{M\} = AC' \cap A'O$. Urmează că $AC' \cap (A'BD) = \{M\}$. $\Delta AMO \sim \Delta C'MA'$ (**t.f.a.**), de unde $\frac{MC'}{AC'} = \frac{2}{3}$.

VARIANTA 16

I. 1. a) $f(2008) = 2008 - 2007 = 1$; **b)** $x = 2$ și $y = -10$; **c)** $x^4 + x^2 + 1 > 0$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R}$, deci inecuația este echivalentă cu $2x + 8 \geq 0$, de unde $x \in [-4; +\infty)$.

2. a) $2x + 4 = 0$, deci $x = -2$; **b)** înlocuim $x = 1$ și $y = b$ obținem $2\cdot 1 + 3b + 4 = 0$, de unde $3b = -6$, deci $b = -2$; **c)** din $2x = -2$ rezultă că $x = -1$ și înlocuind se obține $2\cdot(-1) + 3y + 4 = 0$, de unde $y = -\frac{2}{3}$.

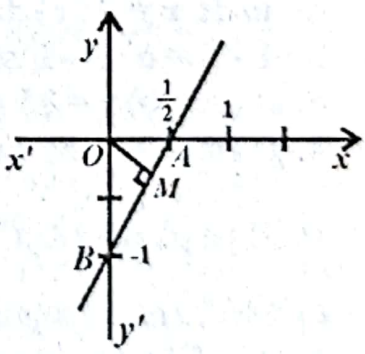
3. a) „A"; **b)** $a = 3$; **c)** „F".

4. a) $\mathcal{A}_f = \frac{(18+6)8}{2} = 24\cdot 4 = 96$ cm^2; **b)** $18\cdot 3 = 54$ cm; **c)** $\mathcal{A}_l = 3\cdot\mathcal{A}_f = 3\cdot 96 = 288$ cm^2.

II. 1. a) G_f intersectează axa Ox în punctul $A(\frac{1}{2}; 0)$ și axa Oy în punctul $B(0; -1)$.

G_f este dreapta AB, $\sphericalangle(AB, Ox) \equiv \sphericalangle OAB$. $\operatorname{tg}(\sphericalangle OAB) = \frac{OB}{OA} = 2$.

b) Fie $OM \perp AB$, $M \in AB$. În ΔAOB dreptunghic avem



$AB = \sqrt{1 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$ și cu *teorema a doua a înălțimii* se obține $OM = \frac{OA\cdot OB}{AB} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ unități de lungime (**figura alăturată**).

2. a) $2\cdot 1 - 5\cdot(-1) = 2 + 5 = 7$.

b) Pentru $x = 0$ se obține $y = -\frac{7}{5}$. Avem $y = \frac{2x-7}{5}$. Dreapta soluțiilor

Scanned with OKEN Scanner

ecuației este dreapta MN, unde $M(1;-1)$ și $N\left(0;-\frac{7}{5}\right)$.

3. a) Vezi **figura 1**;

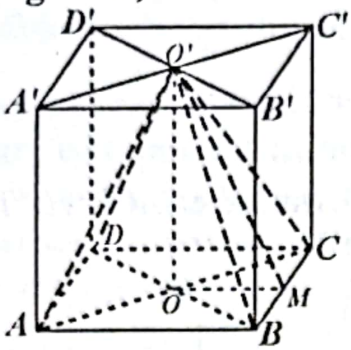


Fig. 1

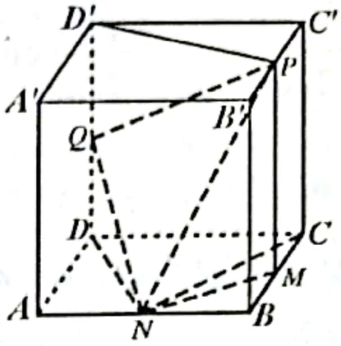


Fig. 2

b) $\mathcal{A} = 6\cdot 8^2 = 64\cdot 6 = 384$ cm^2; $\mathcal{V} = 8^3 = 512$ cm^3; $d = 8\sqrt{3}$ cm.

c) Fie $\{O\} = AC \cap BD$. Din $OO' \perp (ABC)$ și $ABCD$ pătrat, rezultă că piramida $O'ABCD$ este patrulateră regulată. Apotema piramidei $O'M$ se determină din $\Delta OO'M$ dreptunghic cu *teorema lui Pitagora*. Se obține $O'M = \sqrt{8^2+4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ cm. $\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = 64\sqrt{5}$ cm^2. $\mathcal{V} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{512}{3}$ cm^3;

d) Din triunghiurile dreptunghice NPM, NDQ, QPD' cu *teorema lui Pitagora* (**figura 2**) se obține: $NP = QP = QN = 4\sqrt{6}$ cm. Deci ΔNPQ este echilateral și $\mathcal{A}_{NPQ} = \frac{NP^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 24\sqrt{3}$ cm^2.

VARIANTA 17

I. 1. a) $f(10) = 4$; **b)** avem $5x < -5$, de unde $x < -5$, adică $x \in (-\infty; -5)$; **c)** înlocuim $x = 2$ obținem $3 \cdot 2 - 2y + 6 = 0$, de unde $y = 6$.

2. a) $5\cdot(-1) - 3 = a\cdot(-1) - 2$, implică $-8 = -a - 2$, adică $a = 6$; **b)** $5x - 3 = 4x - 2$, de unde $x = 1$; **c)** din $-x + 3 = 2$ rezultă că $x = 1$ și înlocuind în ecuație $5 \cdot 1 - 3 = a \cdot 1 - 2$, se obține $a = 4$.

3. a) „A"; **b)** $x = 25$ și $y = 7$; **c)** „A".

4. a) Dacă M este mijlocul segmentului $[AB]$, atunci proiecția segmentului $[BD]$ pe planul (ABC) este $[BM]$ și $BM = 3$ cm; **b)** $MC = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ cm;

c) ΔMCD este dreptunghic isoscel, deci unghiul $\sphericalangle DCM$ are măsura de 45°.

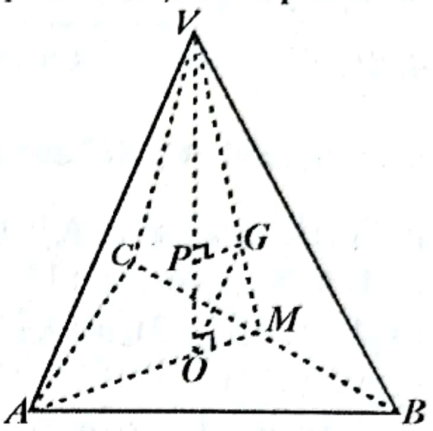
II. 1. a) După înlocuire, se obține ecuația $x = 2(x - 4) + 2$, de unde se deduce $x = 6$.

b) Rezolvând ecuația **(2)** se găsește soluția $x = 2$, care după înlocuire în ecuația **(1)** conduce la ecuația $(m - 5) \cdot 2 = -2m + 2$, cu soluția $m = \frac{3}{2}$.

Scanned with OKEN Scanner

2. a) Reprezentarea grafică este dreapta AB, unde $A(0; 2)$ și $B(6; 0)$.
b) În triunghiul AOB, distanța cerută este înălțimea corespunzătoare laturii AB. Se calculează cu **teorema lui Pitagora** $AB = 2\sqrt{10}$ și, apoi, distanța de la punctul O la dreapta AB este egală cu $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

3. a) Vezi **figura alăturată**.



b) Avem $OM = \frac{1}{3} \cdot AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ cm, iar $AO = 4\sqrt{3}$ cm, unde punctul M este mijlocul muchiei (BC) și punctul O este centrul bazei ABC a piramidei. Din ΔVOM și ΔVMB dreptunghice, cu *teorema lui Pitagora* se obține $VM^2 = VB^2 - MB^2 = 64 - 36 = 28$, de unde $VM = 2\sqrt{7}$ cm și $OV^2 = VM^2 - OM^2 = 28 - 12 = 16$, deci $VO = 4$ cm.

$\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{3 \cdot 12 \cdot 2\sqrt{7}}{2} = 36\sqrt{7}$ cm^2. $\mathcal{V} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{4}{3} = 48\sqrt{3}$ cm^3.

c) $\sphericalangle(VA, (ABC)) = \sphericalangle VAO$ și avem $\operatorname{tg}(\sphericalangle VAO) = \frac{VO}{AO} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, de unde $m(\sphericalangle VAO) = 30°$.

d) Fie punctul G centrul de greutate al feței (VBC). Avem $GM = \frac{1}{3} \cdot VM = \frac{2\sqrt{7}}{3}$ cm și fie $GP \perp OV$ $(P \in OV)$. Din $\Delta VPG \sim \Delta VOM$ obținem $PG = \frac{2}{3} \cdot OM$ și $OP = \frac{1}{3} \cdot OV$, adică $PG = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm și $OP = \frac{4}{3}$ cm. Acum, din ΔOPG dreptunghic, cu *teorema lui Pitagora* se obține $OG^2 = OP^2 + PG^2$, de unde $OG = \frac{8}{3}$ cm.

VARIANTA 18

I. 1. a) Din $\sqrt{2}\,x - 2 = 0$ rezultă $\sqrt{2}\,x = 2$, deci $x = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$;

b) $x \in (-\infty; -5]$; **c)** $x = 3$, $y = 1$.
2. a) $f(2) = 2 \cdot 2 - 4 = 0$, deci $f(2) \cdot f(1005) = 0$; **b)** Din $f(a) = 2$ rezultă $2a - 4 = 2$, deci $2a = 6$, de unde $a = 3$; **c)** Din $f(0) = b$ rezultă $2 \cdot 0 - 4 = b$, deci $b = -4$.

Scanned with OKEN Scanner

3. a) $[2; +\infty)$. **b)** Avem ecuaţia $2a - 3 \cdot (a - 1) - 2 = 0$, care are soluţia 1. Deci $a = 1$. **c)** Ecuaţia este echivalentă cu $(\sqrt{3}-1)\cdot x = 1-\sqrt{3}$ care are soluţia -1, deci propoziţia este adevărată.

4. a) $AC' = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}$ cm; **b)** $\Delta ACC'$ este dreptunghic isoscel, deci unghiul $\sphericalangle C'AC$ are măsura de 45°; **c)** $d(C, AC') = CE = \frac{5\sqrt{2}}{2}$, unde $[CE]$ este înălţime în $\Delta ACC'$.

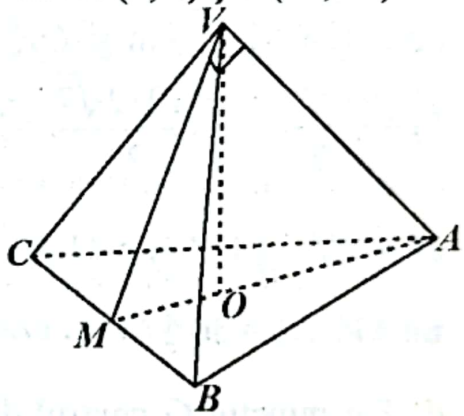
II. 1. a) Se poate scrie $|2x - 1| = 5$, de unde $x \in \{-2; 3\}$.

b) Dacă $x \in (1; 2)$, atunci $2x \in (2; 4)$; $2x - 1 \in (1; 3)$, $|2x - 1| \in (1; 3)$, deci $E(x) \in (1; 3)$.

2. a) Avem $f(1) = 0$, deci $A(1; 0) \in G_f$.

b) Reprezentarea grafică a funcţiei este dreapta AB, unde $A(1; 0)$ şi $B(-2; -2)$.

3. a) Vezi **figura alăturată**.



b) În ΔVAB dreptunghic, aplicând *teorema catetei* avem $VA^2 = OA \cdot AM$, unde punctul O este centrul bazei piramidei.

Dar $OA = \frac{2}{3}\cdot AM$, deci $VA^2 = \frac{2}{3}AM^2$, de unde $AM^2 = \frac{3}{2}VA^2$, adică $AM = 6\sqrt{3}$ cm.

Cum $AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$, urmează că $AB = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = 12$ cm.

c) Din ΔVAM dreptunghic, cu *teorema lui Pitagora* obţinem $VM^2 = AM^2 - VA^2 = 108 - 72 = 36$, de unde $VM = 6$ cm, iar cu *teorema a doua a înălţimii* în ΔVAM obţinem $VO = \frac{VA \cdot VM}{MA} = \frac{6\sqrt{2}\cdot 6}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{6}$ cm. $\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = 108$ cm^2.

$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b = 108 + \frac{12^2\cdot\sqrt{3}}{4} = 36\left(3+\sqrt{3}\right)$ cm^2. $\mathcal{V} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{12^2\cdot\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{2\sqrt{6}}{3} = 72\sqrt{2}$ cm^3.

d) În ΔVAB remarcăm că $VA^2 + VB^2 = AB^2$, de unde conform *teoremei reciproce a lui Pitagora* rezultă că $BV \perp VA$ şi cum $MV \perp VA$ urmează că $\sphericalangle((VAM), (VAB)) \equiv \sphericalangle MVB$. Dar ΔVMB este dreptunghic isoscel şi conchidem că $m(\sphericalangle BVM) = 45°$.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 19

I. 1. a) $\frac{f(0)}{2} = \frac{2}{2} = 1$; **b)** înlocuim $x=a$ şi $y=0$ obţinem $3\cdot a-2\cdot 0+51=0$, de unde $a=-17$; **c)** notăm cu x şi y cele două numere şi obţinem sistemul $\begin{cases} x+y=144 \\ x-y=-14 \end{cases}$, de unde $x=65$ şi $y=79$.

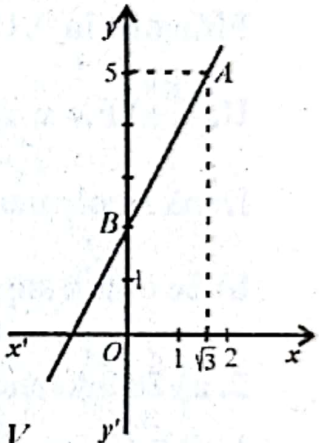
2. a) din $x+3>7$ rezultă că $x>4$, deci $x=5$; **b)** $|x-2|=-3$ imposibil, pentru că $|x-2|\geq 0$, oricare ar fi numărul real x, deci $x\in\phi$; **c)** $f(4)=3$.

3. a) „A"; **b)** înlocuim $x=1$ şi obţinem $m\cdot 1-3=4$, de unde $m=7$; **c)** „A".

4. a) $\mathcal{A}_l = 6\cdot l^2 = 6\cdot 144 = 864$ cm^2; **b)** $\Delta A'BC'$ este echilateral, $A'B = l\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$ cm, deci $\mathcal{P}_{\Delta A'BC'} = 3\cdot A'B = 36\sqrt{2}$ cm; **c)** $d = l\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ cm.

II. 1. a) Fie x numărul de ani în urmă când vârsta lui Dan era o treime din vârsta tatălui său. Se scrie ecuaţia $40-x=3(16-x)$, cu soluţia $x=4$.

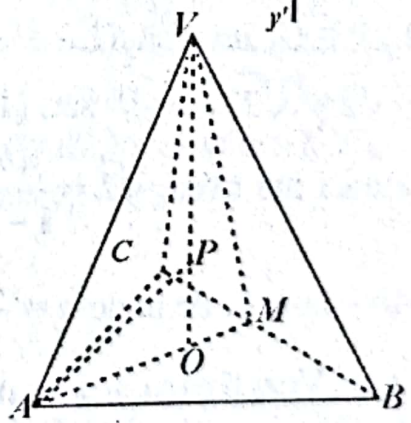
b) Fie y numărul de ani peste care vârsta lui Dan va fi jumătate din vârsta tatălui său. Se scrie ecuaţia $40+y=2(16-y)$, cu soluţia $y=8$.



2. a) Graficul funcţiei intersectează axa Oy în punctul $B(0;2)$ şi conţine punctul $A(\sqrt{3};5)$. Deci G_f este dreapta AB.

b) Din relaţia $f(a+1)=2a$, se obţine ecuaţia $\sqrt{3}(a+1)+2=2a$, de unde $a=7+4\sqrt{3}$.

3. a) Vezi **figura alăturată**.



b) Fie punctul M mijlocul muchiei (AC) şi punctul O centrul bazei ABC. Determinăm mai întâi lungimea laturii bazei ABC. Din ΔVOM dreptunghic cu *teorema lui Pitagora* se obţine: $OM^2 = VM^2 - VO^2 = 108 - 96 = 12$, deci $OM = 2\sqrt{3}$ cm. $MB = 3\cdot 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ cm şi $MB = \frac{BC\sqrt{3}}{2}$, de unde $BC = 12$ cm.

$\mathcal{A}_l = \frac{P_b\cdot a_p}{2} = \frac{3\cdot 12\cdot 6\sqrt{3}}{2} = 108\sqrt{3}$ cm^2. $\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b = 108\sqrt{3} + \frac{BC^2\cdot\sqrt{3}}{4} =$

$= 144\sqrt{3}$ cm^2. $\mathcal{V} = \frac{A_b\cdot h}{3} = \frac{36\sqrt{3}\cdot 4\sqrt{6}}{3} = 144\sqrt{2}$ cm^3;

c) $\sphericalangle((VAC),(ABC)) \equiv \sphericalangle BMV$. $\operatorname{tg}(\sphericalangle OMV) = \frac{VO}{OM} = 2\sqrt{2}$;

Scanned with OKEN Scanner

d) În ΔOBP dreptunghic, știind că $(PB) \equiv (PV)$, cu *teorema lui Pitagora* ajungem la relația $OB^2+OP^2 = PB^2 = (OV - OP)^2$, de unde $OB^2 + OP^2 = OV^2 - 2 \cdot OV \cdot OP + OP^2$ și $OP = \frac{OV^2 - OB^2}{2OV} = \frac{96-48}{2 \cdot 4\sqrt{6}} = \sqrt{6}$ cm.

Conchidem că $VP = 3\sqrt{6}$ cm.

VARIANTA 20

I. 1. a) $\{-1; 2; 3; 5\}$; **b)** $f(5) = 6$; **c)** $f(-1) = 0$, prin urmare $f(-1) \cdot [f(2) + f(3) \cdot f(5)] = 0$.

2. a) Înlocuim $x = -4$ și obținem $-4 + y + 8 = 0$, de unde $y = -4$; **b)** Avem $2x \leq 0$ implică $x \leq 0$, deci $x \in (-\infty; 0]$; **c)** $x = 4$ și $y = -1$.

3. a) „A"; **b)** înlocuim $x = -1$ și obținem $-2 - m + 4 = 0$, de unde $m = 2$; **c)** „F".

4. a) $AC' = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2 + (6\sqrt{3})^2} = 12$ cm; **b)** $AC = 6$ cm **(teorema lui Pitagora** în ΔABC); **c)** $m(\sphericalangle CAC') = 60°$.

II. 1. a) Fie x, y cele două numere. Se pot scrie relațiile: $\frac{x}{y} = \frac{7}{5}$ și $\frac{x-6}{y+6} = \frac{5}{7}$.

După rezolvarea sistemului format se găsește soluția $x = 21$, $y = 15$.

b) Se obține raportul $\frac{21-3}{15+5} = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$.

2. a) Se înlocuiește x cu -1 și se obține $f(-1) = 2\sqrt{2} - 1$.

b) $P \in G_f$ implică $f(2a) = \sqrt{2} \cdot b + 4b$, de unde se obține relația $(1 - \sqrt{2}) \cdot 2a + \sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot b + 4b$ sau $(1 - 2a - b) \cdot \sqrt{2} = 4b - 2a$. Dacă $1 - 2a - b \neq 0$, atunci am avea $\sqrt{2} = \frac{4b-2a}{1-2a-b} \in \mathbb{Q}$, contradicție. Deci $1 - 2a - b = 0$ și $4b - 2a = 0$, de unde $a = \frac{2}{5}$ și $b = \frac{1}{5}$.

3. a) Vezi **figura alăturată**.

b) Fie piramida $DABC$, iar punctul O centrul fețel ABC **(figura 1)**. Dacă G_1 și G_2 sunt centrele de greutate ale fețelor DAC și, respectiv, DAB, atunci $\Delta DG_1G_2 \sim \Delta DMN$ și $\frac{G_1G_2}{MN} = \frac{2}{3}$, de unde $MN = 3$ cm și $BC = 6$cm (*teorema liniei mijlocii* în ΔABC). Toate fețele piramidei sunt triunghiuri

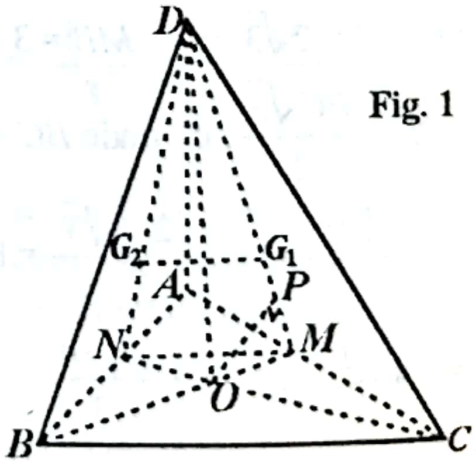


Fig. 1

echilaterale congruente. Prin urmare, $\mathcal{A}_t = 4 \cdot \mathcal{A}_{ABC} = 4 \cdot \frac{BC^2\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$ cm^2.

$DM = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ cm. $OM = \frac{1}{3} \cdot DM = \sqrt{3}$ cm. Din ΔOMD cu *teorema lui Pitagora* se obține $OD = h = \sqrt{27-3} = 2\sqrt{6}$ cm. $\mathcal{V} = \frac{A_b \cdot h}{3} = 18\sqrt{2}$ cm^3.

c) Fie $OP \perp DM$ ($P \in DM$). Cum $AC \perp (MBD)$ și $OP \subset (MBD)$ rezultă că $OP \perp AC$. Din $OP \perp MD$, $OP \perp AC$ și $AC \cap DM = \{M\}$ rezultă că $OP \perp (ADC)$. Deci $d(O, (ADC)) = OP$. Având în vedere simetria, avem $d(O, (ADC)) = d(O, (DAB)) = d(O, (DBC))$. În ΔOMD dreptunghic aplicând *a doua teoremă a înălțimii* se obține: $OP = \frac{OM \cdot OD}{DM} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ cm. Suma distanțelor cerute este egală cu $3 \cdot \frac{2\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}$ cm (înălțimea piramidei).

d) $\Delta DBQ \equiv \Delta CBQ$ (L.U.L.), deci ΔDQC este isoscel oricare ar fi poziția punctului Q pe muchia (AB) (**figura 2**). $\mathcal{A}_{QDC} = \frac{QE \cdot DC}{2}$, unde punctul E este mijlocul muchiei (DC). Cum segmentul (CD) are lungime constantă, aria ΔQDC este minimă când QE este minimă. Triunghiul ΔABE este isoscel și, (EQ_0) este înălțime, unde punctul Q_0 este mijlocul muchiei (AB). Oricare ar fi punctul $Q \in (AB)$, $Q \neq Q_0$ avem $EQ > EQ_0$, deci minimul ariei ΔEAB se realizează când punctul Q este mijlocul laturii (AB).

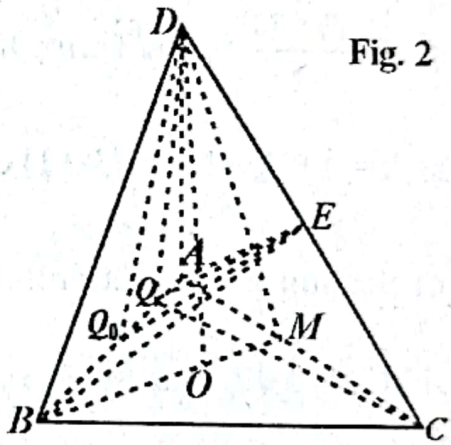


Fig. 2

Observație: Q_0E este perpendiculara comună a dreptelor AB și CD.

VARIANTA 21

I. 1.a) Din $5a+2+3 = 0$ se obține $a = -1$. **b)** $x \leqslant -15$ implică $x \in (-\infty; -15]$.
c) $5x = 25$, deci $x = 5$.
2. a) $\{-4; -2; 0; 4\}$. **b)** $\{-2; -1; 0; 2\}$. **c)** $f(x) = 2x$.
3. a) "A". **b)** $x = 2$ și $y = 2$. **c)** "F".
4. a) $A_b = 9\pi$ m^2. **b)** $g = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{34}$ m. **c)** $V = \frac{\pi \cdot 9 \cdot 5}{3} = 15\pi$ m^3.

II. 1. a) Media aritmetică este egală cu $424 : 2 = 212$.

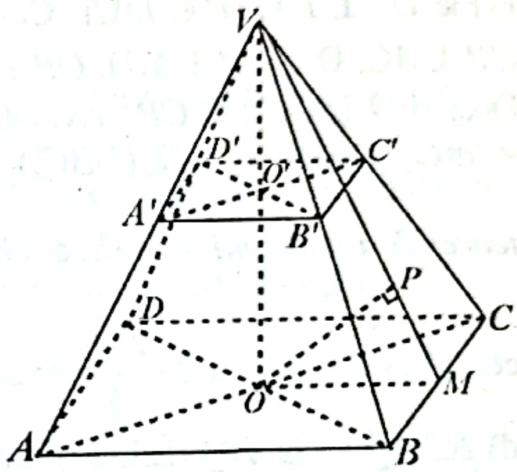
Scanned with OKEN Scanner

b) Fie a şi b cele două numere naturale cu $a > b$. Avem sistemul $\begin{cases} a+b=424 \\ a=3b+8 \end{cases}$, care are soluţia $a = 320$ şi $b = 104$.

2. a) Inecuaţia dată este echivalentă cu $5x < 18$ care are în $\mathbb{N}^*$ soluţiile $x \in \{1; 2; 3\}$.

b) Avem $1 - 3 + 2 = 0$ şi $3 \cdot 1 - 3 = 0$, de unde urmează că punctul $A(1; 3)$ este comun dreptelor considerate.

3. a) Vezi **figura alăturată**.



b) Din triunghiurile dreptunghice isoscele VAC şi ABC rezultă că $VC=AB=10$ cm şi $VO = \frac{AC}{2} = 5\sqrt{2}$ cm. Fie punctul M mijlocul muchiei (BC). Triunghiul VBC este echilateral, deci $VM=\frac{10\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$ cm şi $\mathcal{A}_l=\frac{p_b \cdot a_p}{2}=100\sqrt{3}$ cm^2; $\mathcal{A}_b=10^2=100$ cm^2 şi $\mathcal{A}_t=\mathcal{A}_l+\mathcal{A}_b=100(\sqrt{3}+1)$ cm^2. $\mathcal{V}=\frac{A_b \cdot h}{3}=\frac{100 \cdot 5\sqrt{2}}{3}=\frac{500\sqrt{2}}{3}$ cm^3.

c) Secţiunea este pătratul $A'B'C'D'$ şi avem $\frac{A'B'}{AB}=\frac{VO'}{VO}=\frac{2}{5\sqrt{2}}$, de unde $A'B' = 2\sqrt{2}$ cm şi $\mathcal{A}_{A'B'C'D'} = (2\sqrt{2})^2 = 8$ cm^2. (unde O' este centrul pătratului $A'B'C'D'$). Putem aborda şi astfel: $\frac{\mathcal{A}_{A'B'C'D'}}{\mathcal{A}_{ABCD}}=\left(\frac{VO'}{VO}\right)^2=\left(\frac{2}{5\sqrt{2}}\right)^2=\frac{2}{25}$, de unde $\mathcal{A}_{A'B'C'D'} = \frac{100 \cdot 2}{25} = 8$ cm^2.

d) Fie $OP \perp VM$. Se arată că $OP \perp (VBC)$, adică $d(O, (VBC)) = OP$. Cu teorema a doua a înălţimii în ΔVOM obţinem $OP = \frac{VO \cdot OM}{VM} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$ cm.

VARIANTA 22

I. 1. a) Din $2x = 12$ se obţine $x = 6$. **b)** $f(-1) = m(-1) = 2$, de unde rezultă că $m = -2$. **c)** $f(x) = x^2$.

2. a) $2 + 3y = 5$ implică $3y = 3$, deci $y = 1$. **b)** $x = 5$. **c)** $x + 3x = 5$, de unde $x = \frac{5}{4}$.

3. a) "F". **b)** $\{0; 1; 2; 3; 4\}$. **c)** "A".

Scanned with OKEN Scanner

4. a) $h = 2$. **b)** $R = 1$. **c)** $V = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi$.

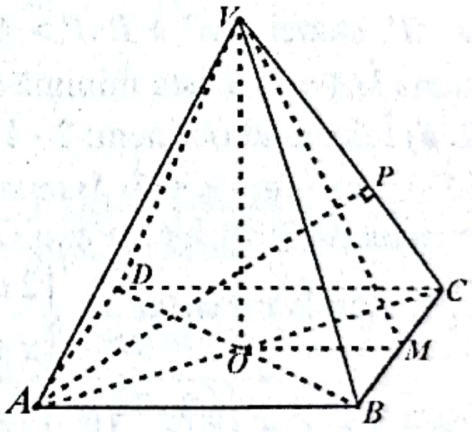
II. 1. a) Notăm cu a numărul apartamentelor cu două camere din bloc și cu b numărul apartamentelor cu trei camere. Avem sistemul $\begin{cases} a+b=130 \\ 2a+3b=290 \end{cases}$, care are soluția $a = 100$ și $b = 30$. Prin urmare, în bloc sunt 100 de apartamente cu două camere.

b) În apartamentele cu trei camere locuiesc $30 \cdot 4 = 120$ de persoane.

2. a) Fie funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, unde $f(x) = ax + b$; $a, b \in \mathbb{R}$. $A \in G_f$ implică $f(1) = 3$, adică $a + b = 3$, iar $B \in G_f$, conduce la $f(2) = 5$, adică $2a + b = 5$. Avem sistemul $\begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=5 \end{cases}$, care are soluția $a = 2$ și $b = 1$, iar funcția căutată este dată de formula $f(x) = 2x + 1$.

b) $AB = \sqrt{(2-1)^2+(5-3)^2} = \sqrt{5}$ unități de lungime. $x_1 = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$; $y_1 = \frac{3+5}{2} = 4$, deci mijlocul segmentului $[AB]$ are coordonatele $M(1{,}5; 4)$

3. a) Vezi **figura alăturată**.



b) Fie punctul M mijlocul muchiei (BC). Din ΔOVM cu *teorema lui Pitagora* obținem $VM^2 = VO^2 + OM^2 = 8^2 + 6^2 = 100$, de unde $VM = a_p = 10$ cm.

$\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{4 \cdot 12 \cdot 10}{2} = 240$ cm^2.

$\mathcal{A}_b = 12^2 = 144$ cm^2.

$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b = 240 + 144 = 384$ cm^2.

c) $\sphericalangle(VA, (ABC)) = \sphericalangle VAO$ (pentru că $OV \perp (ABC)$). $\operatorname{tg}(\sphericalangle VAO) = \frac{VO}{AO} = \frac{8}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

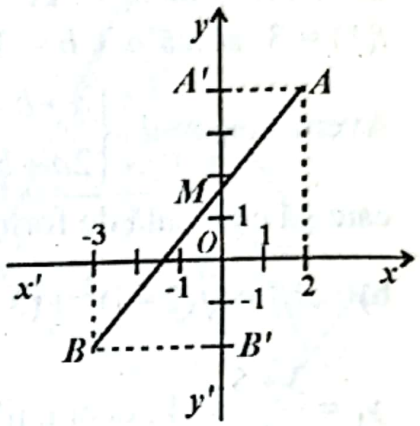
d) Din ΔVMC dreptunghic cu *teorema lui Pitagora* obținem $VC^2 = VM^2 + MC^2 = 100 + 36 = 136$, de unde $VC = 2\sqrt{34}$ cm. Fie $AP \perp VC$, $P \in VC$. Exprimând aria ΔVAC în două moduri se obține $\mathcal{A}_{VAC} = \frac{VO \cdot AC}{2} = \frac{VC \cdot AP}{2}$, de unde $AP = \frac{VO \cdot AC}{VC} = \frac{48\sqrt{17}}{17}$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 23

I. 1. a) Din $x - 5 > -7$ avem $x > -2$, deci $x \in (-2\ ;\ +\infty)$. **b)** $x = 2$, $y = 1$.
c) Înlocuim x cu a; y cu 3 şi obţinem: $2a - 4 \cdot 3 = 0$, adică $a = 6$.
2. a) $f(0) = 2 \cdot 0 - 5 = -5$, $f(2) = 2 \cdot 2 - 5 = -1$, deci $f(0) + f(2) = -5 + (-1) = -6$.
b) Din $f(a) = 1$ avem: $2 \cdot a - 5 = 1$, deci $a = 3$. **c)** Avem $f(0) = b$, deci $b = -5$.
3. a) "F". **b)** $x = -2$. **c)** "A".
4. a) $A_l = P_b \cdot h = 3 \cdot 8 \cdot 3 = 72$. **b)** $V = l^3 = 2^3 = 8$. **c)** $A_l = 2\pi RG = 2\pi \cdot 5 \cdot 4 = 40\pi$.

II. 1. a) Vezi **figura alăturată**.



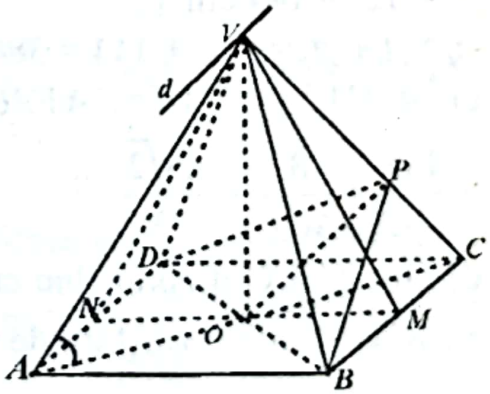
b) Fie $AA' \perp Oy$ şi $BB' \perp Oy'$; $A'B' \in y'y$ şi $AB \cap Oy = \{M\}$. Din $\Delta MAA' \sim \Delta MBB'$ **(t.f.a.)** obţinem: $\frac{MA'}{MB'} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{2}{3}$. Dar $A'B' = 4 + 2 = 6$, de unde $\frac{MA'}{MA' + MB'} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$. Deci $MA' = \frac{2}{5} \cdot A'B' = \frac{2}{5} \cdot 6 = 2{,}4$ şi $OM = 4 - 2{,}4 = 1{,}6$ iar $M(0;\ 1{,}6)$.

Observaţie: Dacă punctul $M' \in y'y$ astfel încât $M \neq M'$, atunci $AM' + BM' > MA + MB$ (inegalităţi în $\Delta M'AB$). Urmează că suma $MA + MB$ este minimă dacă $\{M\} = AB \cap Oy$.

2. a) Înlocuind obţinem: $2 \cdot 1 - 3 \cdot 1 + 1 = 0$, deci $(1,\ 1) \in A$.
b) Avem $y = -x + 3$. Intersecţia dreptei soluţiilor ecuaţiei cu axa Ox este punctul $M(3;\ 0)$ iar cu axa Oy este punctul $N(0;\ 3)$. Dreapta soluţiilor este MN. Rezolvăm sistemul $\begin{cases} 2x - 3y + 1 = 0 \\ x + y - 3 = 0 \end{cases}$, care are soluţia $x = \frac{8}{5}$ şi $y = \frac{7}{5}$.

Deci $A \cap B = \left\{\left(\frac{8}{5}; \frac{7}{5}\right)\right\}$.

3. a) Vezi **figura alăturată**.



b) Fie punctul N mijloacul muchiei (AD), iar dreapta d paralela dusă prin vârful V al piramidei la muchiile AD şi BC. Din $VN \perp AD$ şi $VM \perp BC$ rezultă că $VM \perp d$ şi $VN \perp d$. Cum $d \parallel AD$ şi $d \parallel BC$ rezultă că $(VAD) \cap (VBC) = d$, iar $m(\sphericalangle(VAD), (VBC)) = m(\sphericalangle MVN)$. Triunghiul VMN este dreptunghic isoscel şi avem $MN = AB = 2VO = 36$ cm.
c) Din ΔVON cu *teorema lui Pitagora* se obţine $VN^2 = ON^2 + OV^2 = 18^2 + 18^2$, de unde $VN = 18\sqrt{2}$ cm. $\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{4 \cdot 36 \cdot 18\sqrt{2}}{2} = 1296\sqrt{2}$ cm^2;

Scanned with OKEN Scanner

$\mathcal{A}_b = 36^2 = 1296$ cm^2 şi $\mathcal{A}_l = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b = 1296(\sqrt{2}+1)$ cm^2. $\mathcal{V} = \frac{A_b \cdot h}{3} = \frac{1296 \cdot 18}{3} = 7776$ cm^3.

d) Fie $BP \perp VC$ ($P \in VC$). $\Delta BCP \equiv \Delta DCP$ (L.U.L.), de unde rezultă că $DP \perp VC$, iar unghiul plan corespunzător diedrului format de planele (VDC) şi (VBC) este unghiul $\sphericalangle DPB$. Din $VC \perp (BDP)$ şi $OP \subset (BDP)$ rezultă că $OP \perp VC$. Din triunghiul dreptunghic ΔVMC cu *teorema lui Pitagora* se obţine $VC^2 = VM^2 + MC^2 = 18^2 + (18\sqrt{2})^2 = 3 \cdot 18^2$, de unde $VC = 18\sqrt{3}$ cm. Aplicând teorema a II-a înălţimii în ΔVOC, obţinem $OP = \frac{VO \cdot OC}{VC} = \frac{18 \cdot 18\sqrt{2}}{18\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{6}}{3} = 6\sqrt{6}$ cm. În triunghiul isoscel PBD, OP este mediană, deci $OP \perp BD$ şi $\text{tg}(\sphericalangle OPB) = \frac{OB}{OP} = \frac{18\sqrt{2}}{6\sqrt{6}} = \sqrt{3}$, de unde $\text{m}(\sphericalangle OPB) = 60°$ şi $\text{m}(\sphericalangle BPD) = 120°$.

VARIANTA 24

I. 1. a) Avem $2 \cdot 3 - 3y + 18 = 0$, adică $3y = 24$, deci $y = 8$; **b)** Înlocuim y cu 2 şi obţinem $2 \cdot x - 3 \cdot 2 + 18 = 0$, deci $2x = 6 - 18$, adică $x = -6$; **c)** Pentru $x = 0$ obţinem $2 \cdot 0 - 3y + 18 = 0$, adică $y = 6$. Deci $M(0; 6)$.

2. a) $f(-1) = 2 - (-1) = 3$, deci $a = 3$; **b)** $f(1) = 2 - 1 = 1$, deci $f(-1) : f(1) = 3 \cdot 1 = 3$; **c)** Se poate calcula cu formula $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, deci $AB = \sqrt{(1+1)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ unităţi de lungime.

3. a) „A"; **b)** Avem $x > 7 - 2$, deci $x > 5$ şi cum $x \in \mathbb{N}$ rezultă $x = 6$; **c)** „F" (pentru că $f(0) = 4$).

4. a) AC este diagonala bazei, deci $AC = l\sqrt{2}$, de unde $AD = 4$ cm; **b)** $\mathcal{P}_b = 4 \cdot l = 16$ cm; **c)** $\mathcal{A}_l = \mathcal{P}_b \cdot h = 16 \cdot 10 = 160$ cm^2.

II. 1. a) Intersecţia graficului cu axa Ox este punctul $A\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$, iar cu axa Oy este punctul $B(0; 1)$.

b) $f(1) + f(2) + \ldots + f(2007) = (2 \cdot 1 + 1) + (2 \cdot 2 + 1) + \ldots + (2 \cdot 2007 + 1) =$

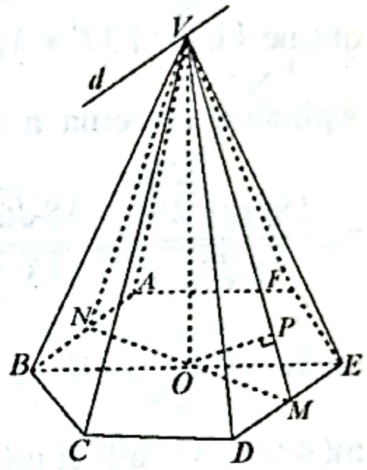
$= 2(1+2+\ldots+2007) + \underbrace{(1+1+\ldots 1)}_{\text{2007 termeni}} = 2 \cdot \frac{2007 \cdot 2008}{2} + 2007 = 2007 \cdot (2008+1) = 4032063.$

Scanned with OKEN Scanner

2. a) Fie x vârsta actuală a fiului. În acest caz vârsta tatălui o exprimăm prin expresia $60 - x$. Avem ecuaţia $\frac{60-x}{x} = 2,75$ sau $\frac{60-x}{x} = \frac{11}{4}$. Soluţia ecuaţiei este 16. Deci fiul are 16 ani, iar tatăl are 44 de ani.

b) Notăm cu y cu câţi ani în urmă vârsta tatălui era de trei ori mai mare decât vârsta fiului. Avem ecuaţia $44 - y = 3(16 - y)$ care are soluţia 2.

3. a) Vezi **figura alăturată.**



b) Fie punctul O centrul bazei piramidei, iar punctele M şi N mijloacele muchiilor (DE) şi, respectiv, (AB). Avem $OM = a_6 = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$, de unde $AB = \frac{2 \cdot 6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 12$ cm. Din triunghiul dreptunghic VOM aplicând *teorema lui Pitagora* obţinem: $OV^2 = VM^2 - OM^2 = 144 - 108 = 36$, de unde $OV = 6$ cm. $\mathcal{A}_b = \frac{3\sqrt{3} \cdot AB^2}{2} = 216\sqrt{3}$ cm^2; $\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = 432$ cm^2. $\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b =$ $= 432 + 216\sqrt{3} = 216(2+\sqrt{3})$ cm^2. $\mathcal{V} = \frac{216\sqrt{3} \cdot 6}{3} = 432\sqrt{3}$ cm^3.

c) Fie $OP \perp VM$, $P \in VM$, din $DE \perp OM$ şi $DE \perp OV$, iar $OV \cap OM = \{O\}$ rezultă că $DE \perp (OVM)$ şi cum $OP \subset (OVM)$ avem $DE \perp OP$. $OP \perp VM$, $OP \perp DE$ şi $VM \cap DE = \{M\}$ conduce la $OP \perp (VDE)$, deci $d(O, (VDE)) = OP$. În ΔVOM dreptunghic cu *teorema a doua a înălţimii* se obţine $OP = \frac{OV \cdot OM}{VM} = \frac{6\sqrt{3} \cdot 6}{12} = 3\sqrt{3}$ cm.

d) Fie dreapta d paralela prin vârful A al piramidei la dreapta AB. Avem $AB \parallel DE \parallel d$ şi $(VAB) \cap (VDE) = d$. Din $VN \perp AB$ şi $VM \perp DE$ rezultă că $VN \perp d$ şi $VM \perp d$. Dar $VN \subset (VAB)$ şi $VM \subset (VDE)$ implică $m(\sphericalangle((VAB),(VDE))) = m(\sphericalangle MVN)$. În ΔVOM dreptunghic avem $VO = \frac{VM}{2}$, deci $m(\sphericalangle OMV) = 30°$ şi cum ΔVNM este isoscel cu $(VN) \equiv (VM)$ conchidem că $m(\sphericalangle NVM) = 120°$.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 25

I. 1. a) $f(-2)= -2+ 2= 0$; **b)** $\{ f(-4); f(-2); f(2)\}=\{-2; 0; 4\}$; **c)** $f(a)= 4$ implică $a+2= 4$, deci $a=2$.

2. a) Avem $2a\cdot 8 -8= 8$, de unde $a=1$; **b)** $x=4$ și $y=-\frac{1}{3}$; **c)** $4x^2+3x-4x^2-4x-1\le 0$ implică $-x-1\le 0$, de unde $x\ge -1$, deci $x\in[-1;+\infty)$.

3. a) $7\cdot 2-3\cdot 5+1=0$ „A"; **b)** $\sqrt{3}$ și $-\sqrt{3}$; **c)** „A".

4. a) 10 cm; **b)** $10^2= 100$ cm^2; **c)** $\mathcal{V}=\pi R^2 h=\pi\cdot 5^2\cdot 10= 250\pi$ cm^3.

II. 1. a) $E(1)=5+a-3+b=13$ implică $a+b=11$.

b) Sistemul $\begin{cases} a+b=11 \\ 2a-b=11 \end{cases}$, are soluția $a=9$ și $b=2$, deci $ab=18$.

2. a) $M\in G_f$ și $N\in G_f$ implică $f(1)=0$ și $f(0)=3$, de unde $m=-2$ și $n=3$.

b) $f(x)=-3x+3$. Intersecția graficului funcției cu axa Ox este punctul $M(1;0)$ iar cu axa Oy punctul $N(0;3)$. Graficul funcției este dreapta MN. Pentru a determina punctul de pe graficul funcției în care abscisa este opusa ordonatei punem condiția $f(x)=-x$, de unde $-3x+3=-x$ și $x=\frac{3}{2}$. Punctul căutat este $C\left(\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

3. a) Vezi **figura 1**.

b) Fie punctele M și M' mijloacele muchiilor (BC) și, respectiv, $(B'C')$ iar punctele O și O' centrele triunghiurilor ABC și, respectiv, $A'B'C'$ iar $M'P\perp AM$, $P\in AM$ (**figura 1**).

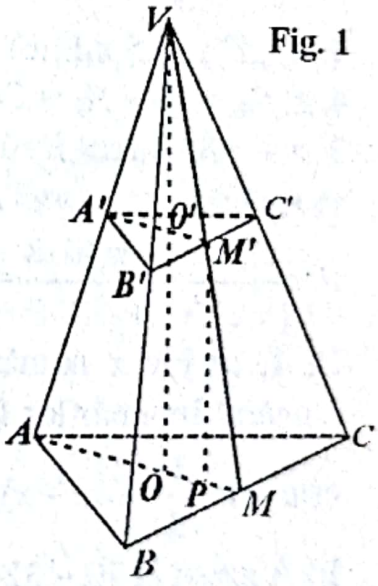


Fig. 1

Avem $\mathcal{A}_l=\frac{(\mathcal{P}+p)\cdot a_t}{2}=\frac{\left(3\cdot 18\sqrt{3}+3\cdot 12\sqrt{3}\right)\cdot a_t}{2}=270$,

de unde $a_t=2\sqrt{3}$ cm. $OM=\frac{1}{3}AM=\frac{1}{3}\cdot\frac{18\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=9$ cm

și $O'M'=\frac{1}{3}A'M'=\frac{1}{3}\cdot\frac{12\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2}=6$ cm. Din $\Delta M'PM$ dreptunghic cu *teorema lui Pitagora* obținem $PM'^2=MM'^2-PM^2=$

$=12-9=3$, de unde $PM'=\sqrt{3}$ cm $=h$. $\mathcal{V}=\frac{h}{3}\left(\mathcal{A}_B+\mathcal{A}_b+\sqrt{\mathcal{A}_B\mathcal{A}_b}\right)=$

$=\frac{h}{3}\left(\frac{AB^2\sqrt{3}}{4}+\frac{A'B'^2\sqrt{3}}{4}+\frac{AB\cdot A'B'\sqrt{3}}{4}\right)=\frac{h\sqrt{3}}{12}\left(AB^2+A'B'^2+AB\cdot A'B'\right)=$

$=\frac{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{12}\cdot(324\cdot 3+144\cdot 3+216\cdot 3)=513$ cm^2.

Scanned with OKEN Scanner

c) Din $\Delta VO'M' \sim \Delta VOM$ (**t.f.a.**) (**figura 1**) avem $\frac{VO'}{VO} = \frac{O'M'}{OM} = \frac{VM'}{VM}$, de unde $\frac{VO'}{VO} = \frac{6}{9} = \frac{VM'}{VM}$. Se obţine $OV = 3\sqrt{3}$ cm şi $VM = 6\sqrt{3}$ cm.

$\mathcal{A}_l = \frac{\mathcal{P}_B \cdot a_p}{2} = \frac{3 \cdot 18\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}}{2} = 486$ cm^2. $\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_B \cdot h}{3} = \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{3} \cdot \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = 729$ cm^2.

d) Unghiul plan corespunzător unghiului diedru este $\sphericalangle OMV$. Din $OV = \frac{VM}{2}$ şi $m(\sphericalangle VOM) = 90°$, rezultă că $m(\sphericalangle OMV) = 30°$ (*teorema unghiului de 30°*).
Observaţie: putem determina $m(\sphericalangle VOM)$ şi din $\Delta M'PM$.

VARIANTA 26

I. 1. a) $x = 1$; $y = -1$; **b)** din $5x - 5 > 0$ rezultă $5x > 5$, atunci $x > 1$, de unde $x \in (1; +\infty)$.; **c)** $x = 2$.
2. a) $f(2) = -3 \cdot 2 + 2 = -6 + 2 = -4$; **b)** $f(x) = 0$ implică $-3 \cdot x + 2 = 0$, de unde $x = \frac{2}{3}$; **c)** trebuie ca $f(a) = 3a$, deci $-3a + 2 = 3a$, de unde $a = \frac{1}{3}$.
3. a) „F“; **b)** 5 u.l.; **c)** „A“.
4. a) $\mathcal{A}_b = \mathcal{A}_t - \mathcal{A}_l = 36\pi$ cm^2; **b)** cum $\mathcal{A}_b = 36\pi$ cm^2 şi $\mathcal{A}_b = \pi R^2$ cm^2, avem $36\pi = \pi R^2$, deci $R = 6$ cm. $\mathcal{A}_l = \pi RG$, deci $\pi \cdot 6 \cdot G = 60\pi$, de unde $G = 10$ cm
c) Aplicăm *teorema lui Pitagora* în ΔVOB şi obţinem $VO = 8$ cm. Deci $\mathcal{V} = \frac{\mathcal{A}_b \cdot h}{3} = \frac{\pi 36 \cdot 8}{3} = 96\,\pi$ cm^3 (B este un punct al bazei conului).

II. 1. a) Fie x numărul întrebărilor la care a răspuns corect elevul. Deci numărul întrebărilor la care a greşit este egal cu $40 - x$. Ecuaţia problemei este $2x - \frac{1}{2} \cdot (40 - x) = 60$, care are soluţia 32.

b) A greşit la $40 - 32 = 8$ întrebări.
2. a) Graficul funcţiei f intersectează axa Ox în punctul $P(4; 0)$ iar axa Oy în punctul $Q(0; -2)$. Graficul funcţiei g intersectează axa Ox în punctul $H\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ şi axa Oy în punctul $M(0; 3)$. Graficul funcţiei f este dreapta PQ, iar graficul funcţiei g este dreapta HM. (**figura 1**)

b) Rezolvând ecuaţia $\frac{1}{2}x - 2 = -2x + 3$ se obţine soluţia 2 şi rezultă că punctul $N(2; -1)$ este punctul de intersecţie al celor două grafice. Avem

Scanned with OKEN Scanner

$PO \perp MQ$ și $MP = \sqrt{OM^2 + OP^2} = MQ = 5$ unități de lungime. Mijlocul segmentului $[PQ]$ are coordonatele $\left(\frac{4+0}{2}; \frac{0+(-2)}{2}\right)$, deci acesta este chiar punctul N. Rezultă imediat că $MN \perp QP$ și urmează că, punctul H este ortocentrul ΔMQP.

3. a) Vezi **figura 2.**

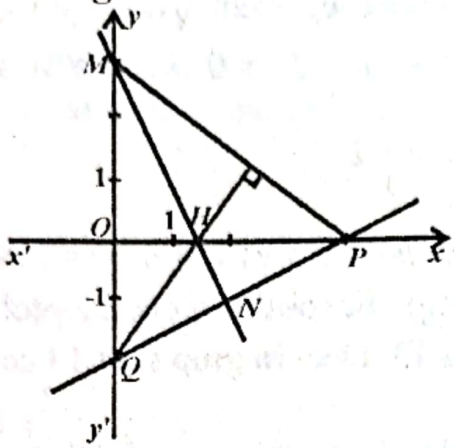


Fig. 1

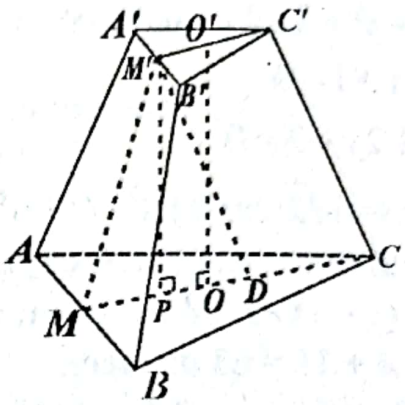


Fig. 2

b) Fie $M'P \perp MC$, $P \in MC$ **(figura 2).**

$PM^2 = MM'^2 - PM'^2 = 36 - 24 = 12$, de unde $PM = 2\sqrt{3}$ cm. $OP = O'M' =$

$= OM - MP = \sqrt{3} = \frac{M'C'}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{A'B'\sqrt{3}}{2}$, de unde $A'B' = 6$ cm.

c) $MC = \frac{AB\sqrt{3}}{2}$, de unde $AB = 18$ cm. $\mathcal{A}_l = \frac{(\mathcal{P}+p)\cdot a_t}{2} = \frac{3\cdot(6+18)\cdot 6}{2} = 216$ cm^2.

$\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_B + \mathcal{A}_b = 216 + \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} + \frac{A'B'^2\sqrt{3}}{4} = 18\left(12 + 5\sqrt{3}\right)$ cm^2.

$\mathcal{V} = \frac{h\sqrt{3}}{12}(AB^2 + A'B'^2 + AB \cdot A'B')$ (vezi **varianta 25**).

$\mathcal{V} = \frac{2\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}}{12}(18^2 + 6^2 + 18 \cdot 6) = 234\sqrt{2}$ cm^3.

d) Fie $M'D \parallel CC'$ $(D \in MC)$. Din trapezul dreptunghic $MBB'M'$ se obține $BB' = 6\sqrt{2}$ cm **(figura 2)**. În $\Delta MDM'$ avem: $MD^2 = (6\sqrt{3})^2 = 108 = 6^2 + (6\sqrt{2})^2 =$ $= MM'^2 + M'D^2 = MM'^2 + CC'^2$, de unde $MM' \perp M'D$, adică $MM' \perp CC'$ (conform *teoremei reciproce a lui Pitagora*). Altă linie de demonstrație constă în a arăta că ΔVMC este dreptunghic, unde $\{V\} = MM' \cap CC'$.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 27

I. 1. a) $\{-1; 1\}$; **b)** 0; **c)** $(3; 1)$.

2. a) $f(1)= 2$ implică $1+b= 2$, adică $b= 1$; **b)** $b= 1$ implică $f(x)= x+1$; $f(x)=0$ implică $x =-1$ şi avem $M(-1; 0)$; **c)** $b = 2$ implică $f(a) = a + 2 \geq 0$, de unde $a \geq -2$, deci $a \in [-2 ; +\infty)$.

3. a) „F"; **b)** avem $x < 12$ deci sunt 11 soluţii naturale; **c)** Avem $\sqrt{(2x-y+1)^2} = |2x-y+1|$. Ecuaţia $|2x - y + 1| + |-3 + 2y - 2x| = 0$ conduce la sistemul $\begin{cases} 2x-y+1=0 \\ -2x+2y-3=0 \end{cases}$, care are soluţia $x = \frac{1}{2}$, $y = 2$.

4. a) $DB= 6\sqrt{2}$ cm; **b)** $9^2= 6^2+ 6^2+ h^2$ implică $h= 3$ cm; **c)** $\mathcal{V} = 6\cdot6\cdot3= 108$ cm^3.

II. 1. a) Fie x numărul copiilor din grup. Se obţine ecuaţia problemei $1 \cdot 3 + (x - 1) \cdot 5 = 4x + 11$ care are soluţia 13. Deci în grup sunt 13 copii.

b) $13 \cdot 4 + 11 = 63$ de mere.

2. a) $A \in G_f$ implică $f(a - 1) = 29$, de unde avem ecuaţia $(a + 1) \cdot (a - 1) + 5 = 29$, care are soluţiile -5 şi 5.

b) Pentru $a = 5$ avem $f(x) = 6x + 5$. Intersecţia graficului cu axa Ox este punctul $B\left(\frac{-5}{6};0\right)$ iar cu axa Oy punctul $C(0; 5)$. Graficul este dreapta BC.

3. a) Vezi **figura 1**.

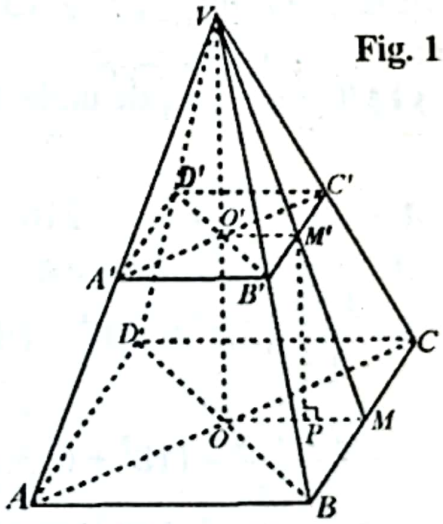


Fig. 1

b) Fie punctul O centrul bazei $ABCD$ a trunchiului de piramidă, iar punctele M şi M' mijloacele muchiilor (BC) şi, respectiv, $(B'C')$. Ducem $M'P \perp MO$, $P \in MO$ (**figura 1**). Avem $\mathcal{A}_l = \frac{(\mathcal{P}+p)\cdot a_t}{2} = \frac{4\cdot(24+16)\cdot a_t}{2} = 640$ cm^2, de unde $MM' = 8$ cm. Aplicând *teorema lui Pitagora* în $\Delta M'PM$ obţinem $OO' = M'P = \sqrt{MM'^2 - PM^2} = \sqrt{64-(12-8)^2} = 4\sqrt{3}$ cm. Din $\Delta MPM' \sim \Delta MOV$ (t.f.a.) avem $\frac{PM}{OM} = \frac{PM'}{OV} = \frac{MM'}{VM}$, sau $\frac{4}{12} = \frac{4\sqrt{3}}{OV} = \frac{8}{VM}$, de unde $OV = 12\sqrt{3}$ cm şi $VM = 24$ cm. $\mathcal{A}_{t\ piramidă} = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_B = \frac{\mathcal{P}_B \cdot a_p}{2} + AB^2 = 1728$ cm^2.

$\mathcal{V}_{piramidă} = \frac{\mathcal{A}_B \cdot h}{3} = \frac{24^2 \cdot 12\sqrt{3}}{3} = 2304\sqrt{3}$ cm^2.

Scanned with OKEN Scanner

c) În $\Delta M'PM$ avem $M'M = 2PM$, deci $m(\sphericalangle MM'P) = 30°$ (*teorema unghiului de* 30° *într-un triunghi dreptunghic*), $m(\sphericalangle PMM') = 60°$, dar $\sphericalangle((BCC'),(ABC)) \equiv \equiv \sphericalangle VMO$. Conchidem că $m(\sphericalangle VMO) = 60°$.

d) Dacă planul de secţiune intersectează muchiile VA, VB, VC, VD şi înălţimea VO a piramidei din care provine trunchiul în punctele A'', B'', C'', D'' şi, respectiv, O'', atunci avem $\frac{A''B''}{AB} = \frac{\sqrt{400}}{24} = \frac{5}{6} = \frac{VO''}{VO}$, de unde $VO'' = 10\sqrt{3}$ cm şi $OO'' = 2\sqrt{3}$ cm, adică planul de secţiune conţine mijlocul înălţimii trunchiului de piramidă.

VARIANTA 28

I. 1. a) Avem: $5 \cdot 2 = b + 2$, de unde $b = 8$; **b)** $[3; +\infty)$; **c)** $a + \frac{1}{a} = 5$ implică $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 25$, de unde $a^2 + \frac{1}{a^2} = 23$. Dar $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 23^2$, implică $a^4 + \frac{1}{a^4} = 529 - 2 = 527$.

2. a) $y = f(2) = 1$; **b)** $f(x) = 0$ implică $x = 1$, deci $(1; 0)$; **c)** $f(0) = -1$, deci $(0; -1)$.

3. a) „A"; **b)** avem: $|2x - 3| = 5$ implică $2x - 3 = 5$ şi $2x - 3 = -5$; cum $x \notin \mathbb{N}$, obţinem $x = -1$; **c)** „F".

4. a) $AC = 15\sqrt{2}$ cm; **b)** 45°; **c)** $4 \cdot 15^2$ cm^3 $= 900$ cm^2.

II. 1. a) Notăm cu x distanţa dintre cele două localităţi. În prima zi parcurge $\frac{1}{3}x$. Rămâne de parcurs $\frac{2}{3}x$. A doua zi parcurge $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}x = \frac{4}{15}x$. Rămâne de parcurs pentru a treia zi $\frac{2}{3}x - \frac{4}{15}x = \frac{6}{15}x$. Deci $\frac{6}{15}x = 60$, de unde $x = 150$ km.

b) În prima zi parcurge $\frac{1}{3} \cdot 150 = 50$ km, iar a doua zi parcurge $\frac{4}{15} \cdot 150 = 40$ km.

Valoarea raportului este egală cu: $\frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0{,}8$.

2. a) $A \in G_f$ conduce la ecuaţia $2a - a = -3$, care are soluţia -3.

b) Punem condiţia $f(x) = g(x)$ pentru $a = -3$. Avem ecuaţia $-3x + 3 = -x + 4$ care are soluţia $-\frac{1}{2}$ iar punctul de intersecţie al graficelor celor două funcţii

Scanned with OKEN Scanner

are coordonatele $B\left(-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right)$. G_f intersectează axele de coordonate în punctele $C(1;\ 0)$ şi $D(0;\ 3)$, dar G_g intersectează axele de coordonate în puntele $E(4;\ 0)$ şi $F(0;\ 4)$. Fie $BB' \perp y'y$ (**figura 1**), $B' \in Oy$.

$$\mathcal{A}_{\Delta BDF}=\frac{BB'\cdot DF}{2}=\frac{\left|-\frac{1}{2}\right|\cdot 1}{2}=\frac{1}{4}$$ unităţi de arie.

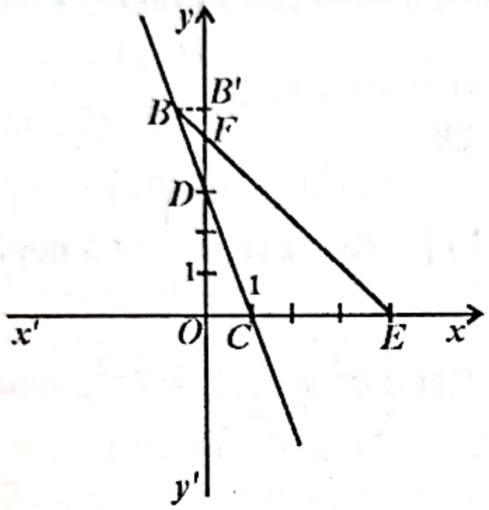


Fig. 1

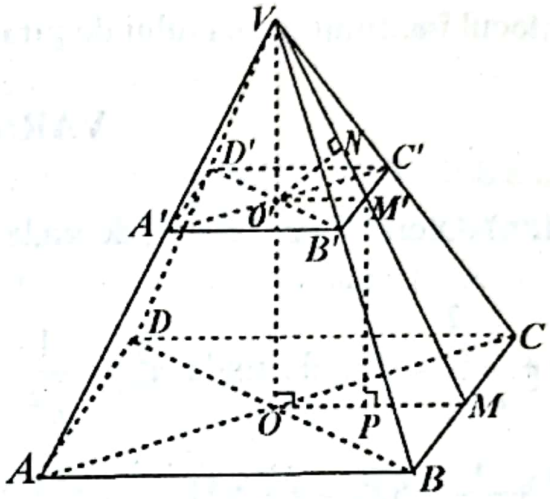


Fig. 2

3. a) Vezi **figura 2.**

b) Fie punctul O centrul bazei $ABCD$, iar punctele M şi M' mijloacele muchiilor (BC) şi, respectiv, $(B'C')$. Ducem $M'P \perp MO$, $P \in MO$ (**figura 2**). Aplicând *teorema lui Pitagora* în $\Delta M'PM$ se obţine $M'M^2 = M'P^2 + PM^2 = 1^2+2^2$, de unde $MM' = \sqrt{5}$ cm. $\mathcal{A}_l = \frac{(\mathcal{P}+p)\cdot a_{tr}}{2} = \frac{(4\cdot 8+4\cdot 6)\cdot\sqrt{5}}{2} = 28\sqrt{5}$ cm^2.

$$\mathcal{V}=\frac{h}{3}\cdot\left(\mathcal{A}_B+\mathcal{A}_b+\sqrt{\mathcal{A}_B\cdot\mathcal{A}_b}\right)=\frac{h}{3}\cdot\left(AB^2+A'B'^2+AB\cdot A'B'\right)=$$

$$=\frac{2}{3}\cdot\left(8^2+6^2+8\cdot 6\right)=\frac{296}{3}\ \text{cm}^3.$$

c) Din $\Delta VO'M' \sim \Delta VOM$ (**t.f.a.**) avem: $\frac{VO'}{VO}=\frac{O'M'}{OM}=\frac{VM'}{VM}$, de unde

$$\frac{VO'}{VO}=\frac{3}{4}=\frac{VM'}{VM};\ 4VO'=3(VO'+OO');\ 4VM'=3(VM'+MM').$$

Se obţine $VO' = 6$ cm; $VM' = 3\sqrt{5}$ cm; $VO = 8$ cm şi $VM = 4\sqrt{5}$ cm.

$$A_{l\ piramidă}=\frac{\mathcal{P}_B\cdot a_p}{2}=\frac{8\cdot 4\cdot 4\sqrt{5}}{2}=64\sqrt{5}\ \text{cm}^2.$$

Scanned with OKEN Scanner

d) Fie $O'N \perp VM$. Avem $B'C' \perp (VO'M')$ şi cum $O'N \subset (VO'M)$, rezultă că $B'C' \perp O'N$, deci $O'N \perp (VBC)$ şi urmează că $d(O', (BCC')) = O'N$. Din $\Delta VO'M'$ dreptunghic cu *teorema a doua a înălţimii* obţinem $O'N = \frac{O'M' \cdot VO'}{VM'} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ cm.

VARIANTA 29

I. 1. a) $A'(2; -1)$; **b)** $x=2$; $y=3$; **c)** se rezolvă prima ecuaţie şi se obţine $x=6$, înlocuim în a doua ecuaţie obţinem $a \cdot 6 + 4 = 6 + 4$, adică $a=1$.

2. a) Din $-x+4>3$ rezultă $-x>-1$, deci $x<1$ şi cum $x \in \mathbb{Z}$ rezultă $x=0$; **b)** $f(2007)= 3$; **c)** înlocuim $x=1$ şi $y=a$ în ecuaţia dată şi obţinem $1 - a + 2 = 0$, deci $a=3$.

3. a) „A“; **b)** $\{-1; 0; 1\}$; **c)** „F“.

4. a) $\mathcal{A}_l = \pi RG = \pi \cdot 5 \cdot 8 = 40\pi$ cm^2; **b)** Se obţine raza bazei egală cu $4\sqrt{2}$ cm; $\mathcal{V} = \mathcal{A}_b h = \pi R^2 h = \pi \cdot (4\sqrt{2})^2 \cdot 8\sqrt{2} = 252\sqrt{2}\ \pi$ cm^3; **c)** Feţele laterale sunt triunghiuri echilaterale, deci $\mathcal{A}_l = 4 \cdot \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$ cm^2, $\mathcal{A}_b = l^2 = 4$ cm^2, deci $\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + \mathcal{A}_b = 4 \cdot (\sqrt{3}+1)$ cm^2.

II. 1. a) Fie a şi b cele două numere, unde $a > b$. Avem sistemul: $\begin{cases} a+b = 6(a-b) \\ 2(b-11) = a+8 \end{cases}$, care are soluţia $(70; 50)$. **b)** $\frac{70}{50} = \frac{7}{5} = 1{,}4$.

2. a) $A \in G_f$ implică $m^2 + 9 = -6m$ sau $m^2 + 6m + 9 = 0$ sau $(m+3)^2 = 0$, de unde $m = -3$.

b) Avem ecuaţia $f(x) = x$, adică $-3x + 9 = x$ cu soluţia $\frac{9}{4}$. Punctul de pe grafic cu coordonatele egale este $M\left(\frac{9}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

3. a) Vezi **figura 1**.

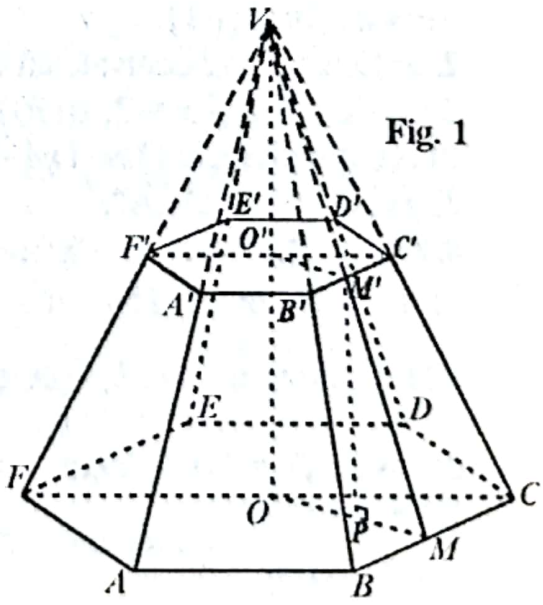


Fig. 1

b) $\mathcal{A}_B = \mathcal{A}_t - \mathcal{A}_l = 24\sqrt{3}$ cm^2;

dar $\mathcal{A}_B = \frac{3\sqrt{3} \cdot AB^2}{2}$, deci $AB = 4$ cm. Din $\mathcal{A}_l = \frac{P_b \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot a_p}{2} = 48\sqrt{3}$ cm^2, rezultă că $VM = 4\sqrt{3}$ cm.

Cum $OM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ cm, aplicând

Scanned with OKEN Scanner

teorema lui Pitagora în ΔVOM avem $VO = \sqrt{VM^2 - OM^2} = \sqrt{48-12} = 6$ cm.

$\mathcal{V}_{piramidei} = \dfrac{\mathcal{A}_B \cdot VO}{3} = \dfrac{24\sqrt{3}\cdot 6}{3} = 48\sqrt{3}$ cm^3.

c) Din asemănarea $\Delta VO'M' \sim \Delta VOM$ **(t.f.a.)** rezultă că $\dfrac{VO'}{VO} = \dfrac{O'M'}{OM} = \dfrac{1}{3}$, de unde $VO' = \dfrac{1}{3}VO = 2$ cm şi $OO' = 4$ cm, iar $O'M' = \dfrac{OM}{3} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ cm. Cum $O'M' = \dfrac{A'B'\sqrt{3}}{2}$ se obţine $A'B' = \dfrac{4}{3}$ cm. **(figura 1)**

$\mathcal{V}_{trunchi} = \dfrac{h}{3}\left(\mathcal{A}_B + \mathcal{A}_b + \sqrt{A_B A_b}\right) = \dfrac{h}{3}\left(\dfrac{3\sqrt{3}AB^2}{2} + \dfrac{3\sqrt{3}A'B'^2}{2} + \dfrac{3\sqrt{3}AB\cdot A'B'}{2}\right) =$

$= \dfrac{h}{3}\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\left(AB^2 + A'B'^2 + AB\cdot A'B'\right) = \dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\left(16 + \dfrac{16}{9} + \dfrac{16}{3}\right) = \dfrac{416\sqrt{3}}{9}$ cm^3.

d) Deoarece $(VBC) \cap (ABC) = BC$, iar $VM \perp BC$ şi $OM \perp BC$, $VM \subset (VBC)$ şi $OM \subset (ABC)$ rezultă că unghiul plan corespunzător unghiului diedru format de faţa (VBC) cu planul bazei piramidei este unghiul $\sphericalangle VMO$. Cum $OM = \dfrac{VM}{2}$, conform *teoremei unghiului de 30°* în ΔVOM dreptunghic rezultă că $m(\sphericalangle MVO) = 30°$ şi conchidem că $m(\sphericalangle VMO) = 60°$.

VARIANTA 30

I. 1. a) $A'(-2; 5)$; **b)** $f(-5) = -5+5 = 0$; **c)** din $|x-2| = 3$ avem $x-2 = 3$ sau $x-2 = -3$, de unde $S = \{5; -1\}$.

2. a) Ecuaţia este echivalentă cu $(x-2)^2 - (x-2) = 0$ sau $(x-2)(x-2-1) = 0$, de unde $x = 2$ şi $x = 3$; **b)** $f(t) = 5$, de unde $t + 3 = 5$, deci $t = 2$; **c)** înlocuim $x = 1$ în ecuaţie şi avem $(3m-1)\cdot 1 - 2 = 6$, deci $3m - 1 = 8$, adică $m = 3$.

3. a) „F“; **b)** 4; **c)** „A“.

4. a) $\mathcal{V} = \mathcal{A}_b h = \pi R^2 h = \pi\cdot 36\cdot 8 = 288\,\pi$ cm^3; **b)** $\mathcal{A}_l = \pi RG = \pi\cdot 4\cdot 9 = 36\pi$ cm^2; **c)** $\mathcal{A}_t = 6l^2 = 6\cdot 25 = 150$ cm^2.

II.1.a) Notăm cu a, b, c cele trei numere. Avem sistemul $\begin{cases} a+b+c = 2000 \\ a+b = c \end{cases}$, de unde $2c = 2000$, deci $c = 1000$ şi $a + b = 1000$. Acum avem sistemul $\begin{cases} a+b = 1000 \\ a-b = 100 \end{cases}$, de unde $a = 550$ şi $b = 450$.

Scanned with OKEN Scanner

b) $m_g = \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{2 \cdot 5^2 \cdot 11 \cdot 2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot \sqrt{11} = 150 \cdot \sqrt{11}$.

2. a) $f(0) + f(0,5) = 1 - 1 + 1 = 1$. b) Ecuația $-2a + 1 = a$ are soluția $\frac{1}{3}$.

3. a) Vezi **figura 1**.

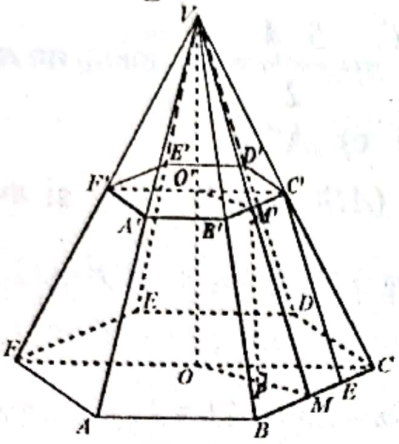


Fig. 1

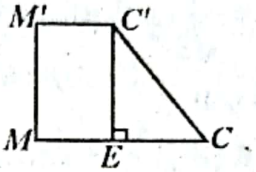


Fig. 2

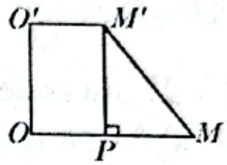


Fig. 3

b) Fie punctele O și O' centrele bazelor trunchiului. (**figura 1**). În trapezul dreptunghic $MCC'M'$, fie $C'E \perp BC$ (**figura 2**). Cu *teorema lui Pitagora* în $\Delta C'CE$ obținem $a_{tr} = C'E = MM' = \sqrt{CC'^2 - EC^2} = \sqrt{100 - (4-1)^2} = \sqrt{100-9} = \sqrt{91}$ cm. În trapezul dreptunghic $OMM'O'$ (**figura 3**) considerăm $M'P \perp OM$ ($P' \in OM$). Avem $OM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$ cm și $O'M' = \frac{A'B'\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$ cm.

Cu *teorema lui Pitagora* în $\Delta PMM'$ obținem $P'M = OO' = \sqrt{MM'^2 - PM^2} =$

$= \sqrt{91 - \left(4\sqrt{3} - \sqrt{3}\right)^2} = 8$ cm. $\mathcal{V}_{trunchi} = \frac{h}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \left(AB^2 + A'B'^2 + AB \cdot A'B'\right)$

(vezi **varianta 29**). $\mathcal{V}_{trunchi} = 4\sqrt{3} \cdot (64 + 4 + 16) = 336\sqrt{3}$ cm^3.

c) Din asemănarea $\Delta VO'M' \sim \Delta VOM$ (**t.f.a.**) rezultă că $\frac{VO'}{VO} = \frac{O'M'}{OM} =$

$= \frac{\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{1}{4}$, de unde $VO = VO' + OO' = 4 \cdot VO'$ și cum $OO' = 8$ cm se

obține $VO' = \frac{8}{3}$ cm și $VO = \frac{32}{3}$ cm.

d) Vezi **varianta 29**. Avem $\operatorname{tg}(\sphericalangle VMO) = \frac{OV}{OM} = \frac{8\sqrt{3}}{9}$.

Scanned with OKEN Scanner

VARIANTA 31

I. 1. a) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ sau $\sqrt{2}$; **b)** Din condiţiile de existenţă avem $x-1 \geqslant 0$ şi $1-x \geqslant 0$, adică $x = 1$; **c)** $(-\infty; 5]$.

2. a) $f(2) = 2+2 = 4$; **b)** $(2; -3)$; **c)** $\mathcal{A}_{ABC} = \frac{OA \cdot BC}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ unităţi de arie.

3. a) „A“; **b)** $8 \cdot a + 5 \cdot 1 - 13 = 0$, de unde $a = 1$; **c)** „A“;

4. a) $\text{pr}_{ABC}[VA] = [OA] (= 3\sqrt{3}$ cm); **b)** $\sphericalangle(VA, (ABC)) = \sphericalangle OAV$ şi avem $\text{tg}(\sphericalangle OAV) = \frac{OV}{OA} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, deci $\text{m}(\sphericalangle OAV) = 30°$; **c)** $VA^2 = VO^2 + OA^2 =$ $= 9 + 27$, de unde $VA = 6$ cm.

II. 1. a) Avem $13(3x - 2y - 1) = 2x + 3y + 3 \Leftrightarrow 39x - 26y - 13 = 2x + 3y + 3 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 29y = 37x - 16$.

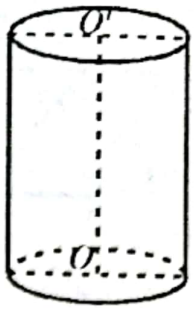
b) Din $37x - 16 = 29y$ rezultă $y = \frac{37x-16}{29}$. Remarcăm că, numitorul $2x + 3y + 3$ din ecuaţia dată se anulează dacă $y = \frac{-2x-3}{3}$ şi ecuaţia nu are soluţie dacă $\frac{37x-16}{29} = \frac{-2x-3}{3}$, adică pentru $x = -\frac{3}{13}$ şi $y = -\frac{11}{13}$. Graficul mulţimii soluţiilor ecuaţiei este dat de graficul funcţiei $f: \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{13}\right\} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{37x-16}{29}$. Fie sistemul ortogonal de coordonate xOy. Intersecţia graficului funcţiei f cu axa Ox este punctul $A\left(\frac{16}{37}; 0\right)$, iar cu axa Oy este punctul $B\left(0; -\frac{16}{29}\right)$. Prin urmare, graficul soluţiilor ecuaţiei date este dreapta AB fără punctul M, unde $M \in AB$ şi $M\left(-\frac{3}{13}; -\frac{11}{13}\right)$.

2. a) $A \in G_f$ implică $f(-2) = -2(a-3) + b + 1 = 2$, de unde $-2a + b = -5$ şi $B \in G_f$ implică $f(3) = 3(a-3) + b + 1 = 2$, de unde $3a + b = 10$. Avem sistemul $\begin{cases} -2a + b = -5 \\ 3a + b = 10 \end{cases}$ care are soluţia $a = 3$ şi $b = 1$.

Scanned with OKEN Scanner

b) $f(x) = x$, implică $x = 2$, punctul cu coordonatele egale este $D(2; 2)$.

3. a) Vezi **figura alăturată**.



b) Avem $10\pi = 2\pi R$, de unde $R = 5$ cm.

c) $\mathcal{A}_l = 2\pi RG = 2\pi \cdot 5 \cdot 4 = 40\pi \text{ cm}^2$. $\mathcal{A}_t = 2\pi R(R+G) = 2\pi \cdot 5 \cdot (5+4) = 90\pi \text{ cm}^2$. $V = \pi R^2 G = \pi \cdot 25 \cdot 4 = 100\pi \text{ cm}^3$.

d) Avem $\frac{\pi r^2 \cdot 4}{3} = 100\pi$, de unde $r = 5\sqrt{3}$ cm.

VARIANTA 32

1. a) $f(0) + f(2) = 2 - 2 + 2 = 2$; **b)** $G_f \cap Ox = \{A\}$, din $f(x) = 0$ rezultă $A(2; 0)$; **c)** $G_f \cap Oy = \{B\}$ şi $x = 0$ conduce la $B(0; 2)$.

2. a) Avem $2 \cdot 5 + 3y - 7 = 0$, de unde $y = -1$; **b)** $x = 1, y = 1$; **c)** $\left[-1; \frac{5}{2}\right]$.

3. a) Calculând $f(1)$ se obţine rezultatul 3, deci propoziţia este falsă; **b)** Din $-3 < x - 1 < 3$ şi $x \in \mathbb{N}$ rezultă $x \in \{0; 1; 2; 3\}$; **c)** $x = 10$.

4. a) Cu *teorema lui Pitagora* se deduce $h = 12$ cm. **b)** $A_l = \pi RG = 135\pi(\text{cm}^2)$. **c)** $V = \frac{\pi R^2 h}{3} = 324\pi \text{ (cm}^3)$.

II. 1. a) Ecuaţia are soluţia 5.

b) Pentru a fi echivalente, cele două ecuaţii trebuie să aibă aceeaşi soluţie comună 5. Pentru aceasta avem $5m = \frac{10 - m}{m} + 6$, ecuaţie echivalentă cu $m^2 - m = 2$ sau $m(m - 1) = 2 = 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = (-2)(-1) = (-1)(-2)$. Verifică $m = 2$ şi $m = -1$. Prin urmare, $m \in \{-1; 2\}$.

2. a) $f\left(\sqrt{5} - 5\right) - f\left(\sqrt{5} - 3\right) = \frac{3 - \sqrt{5} + 5}{2} - \frac{3 - \sqrt{5} + 3}{2} = 1$.

b) Pentru $m = 1$ avem $g(x) = 3$. Graficul funcţiei f intersectează axa Oy în punctul $P\left(0; \frac{3}{2}\right)$ şi axa Ox în punctul $Q(3; 0)$. Punctul de intersecţie al graficelor celor două funcţii se obţine rezolvând ecuaţia $f(x) = g(x)$. Avem $G_f \cap G_g = \{E\}$, unde $E(-3; 3)$. **(fig. 1)** Graficul funcţiei g intersectează axa Oy în punctul $B(0; 3)$. $\mathcal{A}_{\Delta PBE} = \frac{BE \cdot BP}{2} = \frac{|-3| \cdot \left|3 - \frac{3}{2}\right|}{2} = \frac{9}{4}$ unităţi de arie.

Scanned with OKEN Scanner

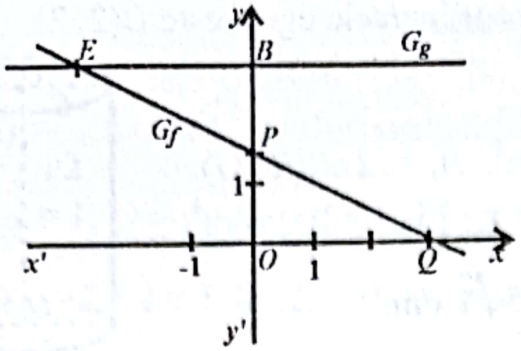


Fig. 1

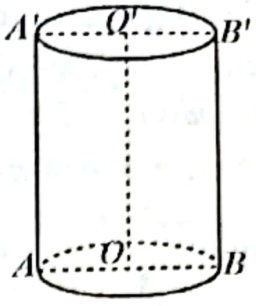


Fig. 2

3. a) Vezi **figura 2.**

b) Avem $\mathcal{A}_t = \mathcal{A}_l + 2 \cdot \mathcal{A}_b = 342\ \pi \text{cm}^2$. $\mathcal{A}_b = \pi R^2 = 81\pi\ \text{cm}^2$, de unde $R = 9$ cm. $\mathcal{A}_l = 2\pi RG = 180\pi$ şi $R = 9$ cm conduce la $G = h = 10$ cm. $\mathcal{V} = \mathcal{A}_b \cdot h = 810\pi\ \text{cm}^3$.

c) Fie secţiunea axială dreptunghiul $ABB'A'$ din **figura 2.** Avem $AB = 2R = 18$ cm şi $AA' = h = 10$ cm. $\mathcal{A} = 18 \cdot 10 = 180\ \text{cm}^2$.

d) $\mathcal{V}_{con} = \dfrac{\pi R^2 \cdot h}{3} = \dfrac{\pi 9^2 \cdot h}{3} = 810\pi$, de unde $h = 30$ cm.

VARIANTA 33

I. 1. a) $2x > 7$, deci cel mai mic număr natural $x = 4$; **b)** $m = 1$; **c)** $2x \in [-4; 6]$.

2. a) $f(2) = 2 \cdot 2 - 5 = -1$; **b)** $f(-1) = 2 \cdot (-1) - 5 = -7$, deci $f(-1) \cdot f(2) = (-1) \cdot (-7) = 7$;

c) $f(0) = 2 \cdot 0 - 5 = -5$, de unde punctul $A(0; -5)$.

3. a) „F" pentru că nu există $f(0)$; **b)** Deoarece $|x-3| > 0$ oricare ar fi $x \in \mathbb{N} \setminus \{3\}$, inecuaţia dată este echivalentă cu inecuaţia $3 - |x-3| \geqslant 0$ sau $|x-3| \leqslant 3$, de unde $-3 \leqslant x - 3 \leqslant 3$, adică $0 \leqslant x \leqslant 6$. Cum $x \neq 3$ avem $x \in \{0, 1, 2, 4, 5, 6\}$; **c)** „F".

4. a) ΔABD echilateral, deci $BD = 6\sqrt{3}$ cm; **b)** $AO = 3\sqrt{3}$ cm, unde O este mijlocul lui $[BD]$; **c)** ΔAOC dreptunghic în O; aplicăm *teorema lui Pitagora* şi obţinem $AC = 9\sqrt{2}$ cm.

II. 1. a) Înlocuim şi obţinem: $2 \cdot 1 - 3 \cdot (-3) = 11$; $1 + 4 \cdot (-3) = -1$; $\dfrac{2 \cdot 1 - 1}{2} + \dfrac{-3+1}{3} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{3} = \dfrac{3}{6} - \dfrac{4}{6} = -\dfrac{1}{6}$ şi $3 \cdot (1-1) + (-3)^2 = (-3-1) \cdot (-3+1) - (-3) - 2$, adică $9 = (-4) \cdot (-2) + 3 - 2 = 8 + 3 - 2$.

b) Sistemele au soluţia comună $x = 1$; $y = -3$, dar al doilea sistem are o infinitate de soluţii. Conchidem că sistemele nu sunt echivalente.

2. a) $f\left(\dfrac{4a-3}{2a}\right) = 0$ implică $2a \cdot \dfrac{4a-3}{2a} - 3a + 1 = 0$, de unde $a = 2$.

b) Dacă $a = 1$, atunci $f(x) = 2x - 2$ şi $f(-1) = -4$, iar $f(2) =$

Scanned with OKEN Scanner

2. Avem $A(-1;-4)$, $D(2;2)$, $M(-1;0)$ și $N(2;0)$ (**figura 1**). Patrulaterul $AMDN$ este trapez pentru că $AM \parallel ND$ și $(AM) \neq (DN)$.

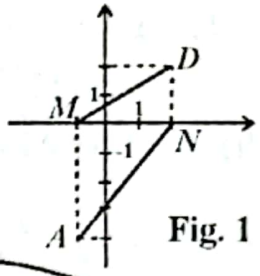


Fig. 1

$\mathcal{A}_{AMDN} = \dfrac{(AM+ND)\cdot MN}{2} = 9$ unități de arie.

3. a) Vezi **figura 2**.

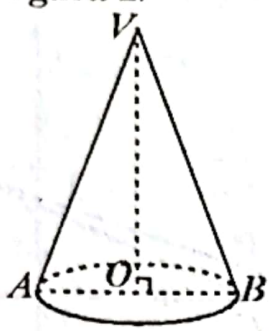


Fig. 2

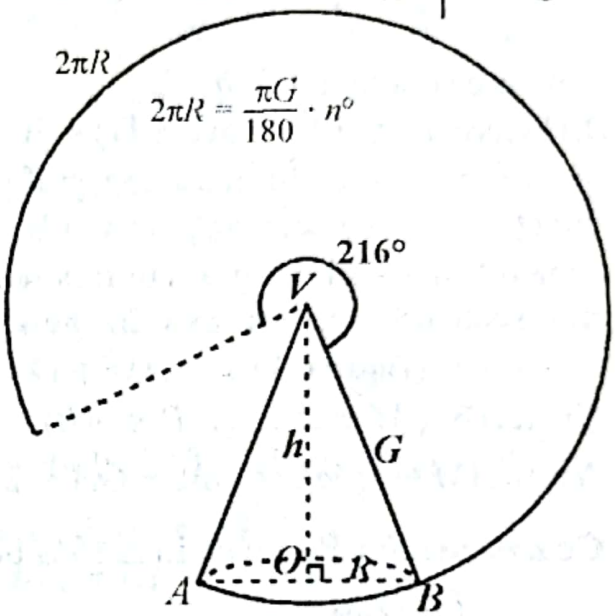


Fig. 3

b) Din relația $2\pi R = \dfrac{\pi G}{180} n°$, unde $G = 10$ cm, $n = 216°$ se obține $R = 6$ cm (**figura 3**).

c) Aplicând *teorema lui Pitagora* în ΔVOB obținem $h^2 = G^2 - R^2 = 10^2 - 6^2 = 8^2$, de unde $h = 8$ cm. $\mathcal{A}_l = \pi R(R+G) = \pi \cdot 6 \cdot (6+10) = 96\pi$ cm^2. $\mathcal{V} = \dfrac{\pi R^2 h}{3} = 96\pi$ cm^3.

d) $\mathcal{A}_{\Delta VAB} = \dfrac{AB \cdot VO}{2} = \dfrac{2 \cdot 6 \cdot 8}{2} = 48$ cm^2.

VARIANTA 34

1. a) $E(-1) = -9$; **b)** Din $E(x) = 0$ rezultă $5x - 4 = 0$, de unde $x = \dfrac{4}{5}$. **c)** Din $E(3) - E(x) < 5$ rezultă $15 - 4 - 5x + 4 < 5$, de unde $-5x < -10$, adică $x > 2$ și $x \in (2; +\infty)$. **2. a)** $f(\sqrt{2}) + g(\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} + 2 = 4$. **b)** Deoarece $f(0) = g(0) = 2$, propoziția este adevărată. **c)** Din $f(x) - g(x) = 2$ rezultă $x + 2 + x - 2 = 2$, de unde se află $x = 1$. **3. a)** Pentru $a = 2$ ecuația devine $x + 2 = 2$, de unde $x = 0$. **b)** Pentru $a = 1$ ecuația devine $0 + 1 = 2$, de unde $x \in \Phi$.

c) Înlocuind pe x cu 3 se obține ecuația $3(a-1) + a = 2$, cu soluția $a = \dfrac{5}{4}$.

4. a) $R = 2$ cm. **b)** $A_l = 16\pi$ cm^2. **c)** $V = 16\pi$ cm^3.

II. 1. a) Fie x și y vârstele actuale ale tatălui, respectiv fiului. Avem sistemul $\begin{cases} 9(y-10) = x-10 \\ 2(y+11) = x+11 \end{cases}$, care este echivalent cu sistemele $\begin{cases} 9y - x = 80 \\ 2y - x = -11 \end{cases}$ sau

Scanned with OKEN Scanner

$\begin{cases} 9y - x = 80 \\ -2y + x = 11 \end{cases}$, de unde $x = 37$ şi $y = 13$.

b) Când s-a născut fiul, tatăl avea 24 de ani.

2. a) $A \in G_f \cap G_g$ conduce la sistemul de ecuaţii $\begin{cases} f(2) = 3 \\ g(2) = 3 \end{cases}$ sau $\begin{cases} 2a + b = 12 \\ -a + 4b = 3 \end{cases}$,

care are soluţia $a = 5$, $b = 2$.

b) Pentru $a = 5$ şi $b = 2$ avem $f(x) = 5x - 7$ şi $g(x) = 4x - 5$. În acest caz graficul funcţiei f intersectează axa Ox în punctul $B(-7; 0)$, iar graficul funcţiei g intersectează aceeaşi axă în punctul $C(-5; 0)$. (**figura 1**) Fie $AM \perp OX$ şi $CP \perp AB$; ($M \in x'x$ şi $P \in AB$).

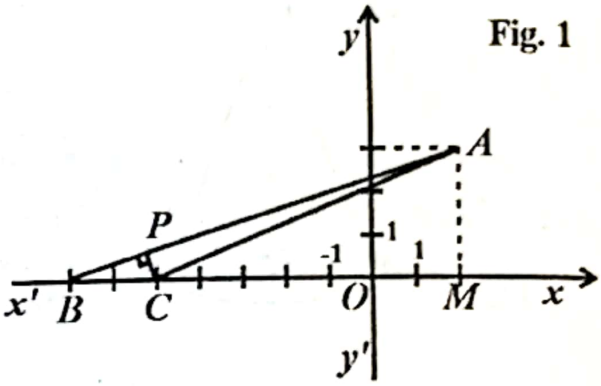


Fig. 1

Avem $AM = 3$, $MB = OM + OB = 2 + |-7| = 9$, $OC = |-5| = 5$.

Cu *teorema lui Pitagora* în ΔABM obţinem $AB = \sqrt{9 + 81} = 3\sqrt{10}$.

$\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{BC \cdot AM}{2} = 3$ unităţi de arie.

Dar $\mathcal{A}_{ABC} = \dfrac{AB \cdot PC}{2}$, unde $PC = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$ unităţi de lungime.

3. a) Vezi **figura 1**.

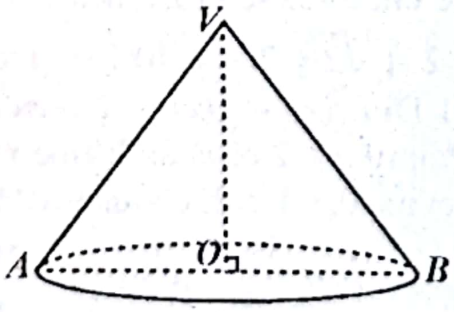


Fig. 1

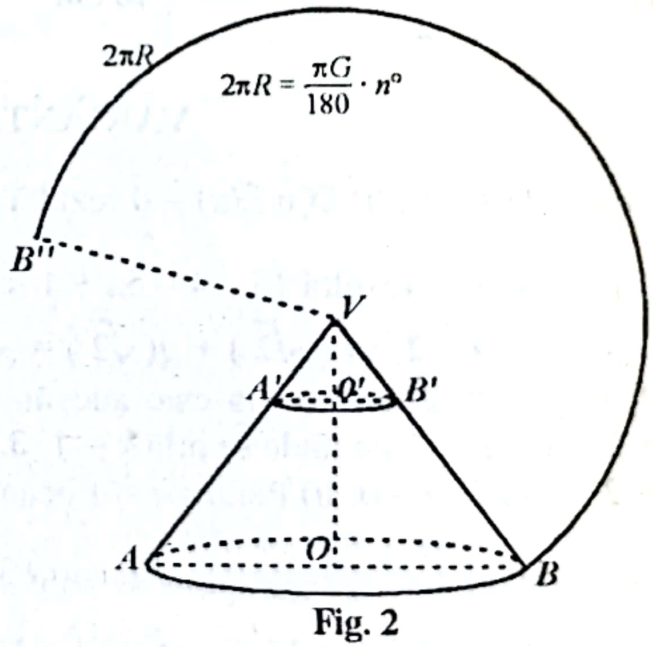


Fig. 2

b) Avem $\mathcal{V} = \dfrac{\pi R^2 h}{3} = \dfrac{\pi R^2 \cdot 4}{3} = 64\pi$, de unde $R = 4\sqrt{3}$ cm. Din ΔVOB dreptunghic, obţinem $VB^2 = G^2 = VO^2 + OB^2 = 16 + 48 = 64$, de unde

Scanned with OKEN Scanner

$VB = 8$ cm (**figura 2**). $\mathcal{A}_l = \pi RG = \pi 4\sqrt{3} \cdot 8 = 32\sqrt{3}\,\pi\,\text{cm}^2$.

$\mathcal{A}_t = \pi R(R+G) = \pi \cdot 4\sqrt{3} \cdot (4\sqrt{3} + 8) = 16 \cdot \pi \cdot (3 + 2\sqrt{3})\ \text{cm}^2$.

c) Din $2\pi R = \dfrac{\pi \cdot G}{180} \cdot n^\circ$, rezultă că $n^\circ = 180\sqrt{3}^\circ$. Conchidem că măsura unghiului sectorului de cerc este egală cu $\left(180\sqrt{3}\right)^\circ$. Avem $180 \cdot \sqrt{3} < 312$ care implică $15\sqrt{3} < 26$, de unde $225 \cdot 3 < 26^2$ sau $675 < 676$.

d) Avem $\left(\dfrac{VO'}{VO}\right)^3 = \dfrac{\pi}{64\pi} = \dfrac{1}{64} = \left(\dfrac{1}{4}\right)^3$, adică $VO' = 1$ cm şi $OO' = 3$ cm (**figura 2**)

VARIANTA 35

I. 1. a) $f(3) = 4$; **b)** $a = 5$; **c)** $f(x) = x+1$.

2. a) avem $x > 4$ implică $x \in (4; +\infty)$; **b)** $2x = 10$, de unde $x = 5$; **c)** Din condiţiile $x - \sqrt{2} \geqslant 0$ şi $\sqrt{2} - x \geqslant 0$ rezultă $x = \sqrt{2}$.

3. a) „A“; **b)** $f(4) = 0$; **c)** $f(8) = 1 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 8 = 64$.

4. a) $\mathcal{A}_t = 140 + 49 = 189\ \text{cm}^2$; **b)** $l^2 = 49$ implică $l = 7$ cm; **c)** $\mathcal{A}_l = \dfrac{4 \cdot 7 \cdot a_p}{2}$ conduce la $14a_p = 140$, de unde $a_p = 10$ cm.

II. 1. a) Fie x numărul persoanelor din grup. Preţul obiectului îl exprimăm prin $2500x + 5000$ sau $3500x - 4000$. Rezolvând ecuaţia $3500 \cdot x - 4000 = 2500 \cdot x + 5000$ se obţine $x = 9$. Sunt 9 persoane.

b) Preţul obiectului este egal cu $2500 \cdot 9 + 5000 = 27500$ lei.

2. a) Intersecţia graficului funcţiei cu axa Ox este punctul $A(2;0)$, iar intersecţia cu axa Oy este punctul $B(0;6)$. Graficul este dreapta AB (**figura 1**).

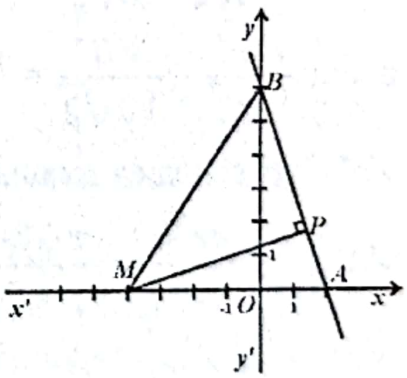


Fig. 1

Avem $MA = MO + OA = 2 + |-4| = 6$.

$AB^2 = OA^2 + OB^2 = 2^2 + 6^2 = 40$, de unde $AB = 2\sqrt{10}$.

$\mathcal{A}_{ABM} = \dfrac{MA \cdot OB}{2} = \dfrac{AB \cdot MP}{2}$, unde $MP \perp AB$, $P \in AB$. Se obţine $MP = d(M, AB) = \dfrac{9\sqrt{10}}{5}$ unităţi de lungime.

b) $f(n) + n\sqrt{3} > 0$ conduce la $-3n + 6 + \sqrt{3} \cdot n > 0$, de unde $n < \dfrac{6}{3 - \sqrt{3}} = \dfrac{6\left(3 + \sqrt{3}\right)}{9 - 3} = 3 + \sqrt{3} < 5$, dar $3 + \sqrt{3} > 4$, prin urmare, $n \in \{0,1,2,3,4\}$.

Scanned with OKEN Scanner

3. a) Vezi **figura 2.**

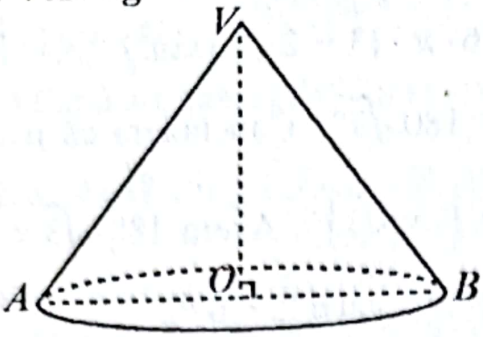


Fig. 2

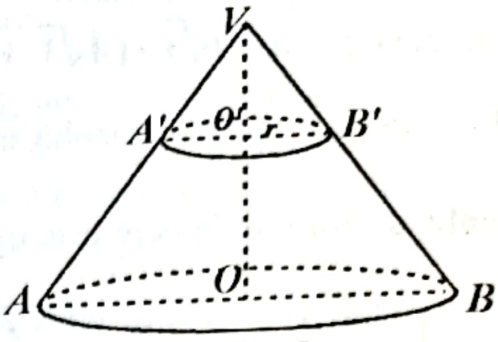


Fig. 3

b) Din $\mathcal{A}_l = \pi RG = 120\pi$ cm^2 şi $\frac{2Rh}{2} = 96$ cm^2, rezultă $RG = 120$ şi $Rh = 96$.

Cum $G^2 = R^2 + h^2$ se obţine ecuaţia $\frac{120^2}{R^2} = R^2 + \frac{96^2}{R^2}$ echivalentă cu $R^4 = 120^2 - 96^2 = (120 - 96)(120 + 96) = 24 \cdot 216 = 6^4 \cdot 4$, de unde $R^2 = 6^2 \cdot 2$, deci $R = 6\sqrt{2}$ cm.

c) Din $RG = 120$ şi $Rh = 96$, iar $R = 6\sqrt{2}$ se obţine $G = 10\sqrt{2}$ cm şi $h = 8\sqrt{2}$ cm, de unde $\mathcal{A}_t = \pi R(R + G) = \pi \cdot 6\sqrt{2}\,(6\sqrt{2} + 10\sqrt{2}) = 192\pi$ cm^2 şi $\mathcal{V} = \frac{\pi R^2 h}{3} = 192\sqrt{2}$ cm^3.

d) Din asemănarea $\Delta VO'B' \sim \Delta VOB$ (**fig. 3**) rezultă că $\frac{VO'}{VO} = \frac{O'B'}{OB} = \frac{VB'}{VB}$, de unde $\frac{VO'}{8\sqrt{2}} = \frac{O'B'}{6\sqrt{2}} = \frac{VB'}{10\sqrt{2}}$. Dar $\pi O'B'^2 = 18\pi$, de unde $O'B' = 3\sqrt{2}$ cm şi avem $\frac{VO'}{8\sqrt{2}} = \frac{VB'}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$. Deci VO' = înălţimea conului mic = $4\sqrt{2}$ cm şi VB' = generatoarea conului mic = $5\sqrt{2}$ cm. $\mathcal{A}_l = \pi rG = \pi\, 3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 30\pi$ cm^2.

$\mathcal{V}_{con\ mic} = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \cdot 18 \cdot 4\sqrt{2}}{3} = 24\sqrt{2}\pi$ cm^3.

VARIANTA 36

1. a) $f(1) + f(7) = -3 + 3 = 0$. **b)** Se obţine ecuaţia $x - 4 = 0$, de unde $x = 4$.
c) Deoarece $f(1) = -3$ rezultă că propoziţia este falsă.
2. a) $2x = -2$ şi $x = -1$ **b)** Deoarece, după înlocuire se obţine $1 - 2 - 3 \neq 0$, propoziţia este falsă. **c)** Se obţine $x = 1$ şi $y = 2$.
3. a) $2x \leq 4$ şi $x \in \mathbb{N}$ rezultă $x \in \{0; 1; 2\}$. **b)** Deoarece $1 - \sqrt{3} < 0$, după

Scanned with OKEN Scanner

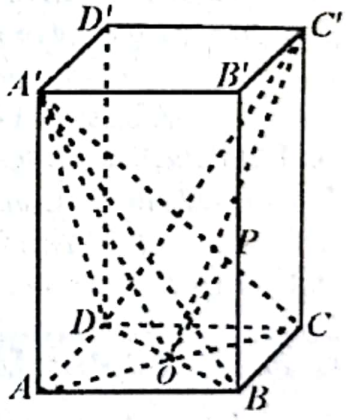
împărțire se schimbă și sensul inegalității, ajungând la $x<\frac{1}{1-\sqrt{3}}$, de unde $x\in\left(-\infty,-\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$. **c)** Relația se mai poate scrie sub forma $\sqrt{(x-1)^2+4}\le 2$ **(1)**. Cum $(x-1)^2\ge 0$, rezultă $\sqrt{(x-1)^2+4}\ge 2$ **(2)**. Din **(1)**, **(2)** rezultă că $\sqrt{(x-1)^2+4}=2$, de unde $(x-1)^2=0$, deci $x=1$.

4. a) Cu teorema lui Pitagora se deduce $G = 5$ cm. **b)** $A_{secțiunii\ axiale} = 12$ cm^2. **c)** $V=\frac{\pi R^2 h}{3}=12\pi$ (cm^3).

II.1.a) Avem $(x + 9)^2 + (y - 3)^2 = 0$, de unde $x + 9 = 0$ și $y - 3 = 0$ pentru că $(x + 9)^2 \ge 0$ și $(y - 3)^2 \ge 0$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$. Deci $x = -9$ și $y = 3$. **b)** Avem $x^2+y^2+z^2+3=2x+2y+2z$, de unde $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 0$. Analog, ca la **a)** rezultă că $x=y=z=1$.

2. a) Graficul funcției este dreapta AB. **b)** $f(x) = 2x - 4$ și din $-3 \le 2x - 4 \le 2$ rezultă că $x \in \left[\frac{1}{2};3\right]$.

3. a) Vezi **figura 1**.



b) $d^2=a^2+b^2+c^2$ **(teorema lui Pitagora în spațiu)** și atunci $A'C^2=8^2+8^2+6^2$ de unde $A'C=2\sqrt{41}$ cm. **c)** Construim $OP\perp A'C$, $P\in[A'C]$. Atunci $\Delta CPO\sim\Delta CAA'$ (u.u.) rezultând că $\frac{CO}{CA'}=\frac{OP}{AA'}$ și înlocuind avem $OP=\frac{12\sqrt{62}}{41}$ cm.

d) Triunghiul $\Delta A'BD$ și $\Delta C'BD$ fiind isoscele avem că $A'O\perp BD$ și $C'O\perp BD$. Atunci $m(\sphericalangle((A'BD),(C'BD)))=m(\sphericalangle A'OC')$. Exprimăm aria triunghiului $A'OC'$ în două moduri: $\mathcal{A}_{A'OC'}=\frac{d(O,A'C')\cdot A'C'}{2}=\frac{OA'\cdot OC'\cdot\sin(\sphericalangle A'OC')}{2}$.

Cum $d(O, A'C') = AA'$, avem $\frac{6\cdot 8\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{17}\cdot 2\sqrt{17}\cdot\sin(\sphericalangle A'OC')}{2}$, de unde $\sin(\sphericalangle A'OC')=\frac{12\sqrt{2}}{17}$. Am folosit *teorema lui Pitagora* în $\Delta AOA'$ și $A'O=2\sqrt{17}$ cm.

Scanned with OKEN Scanner

LA EDITURA TAIDA AU MAI APĂRUT:

COLECȚIA DIDACTICA – MATE BT

1. *A. Bălăucă și colaboratorii* ⇨ *ARITMETICĂ*, Clasa a V-a
2. *A. Bălăucă și colaboratorii* ⇨ *ARITMETICĂ. ALGEBRĂ. GEOMETRIE*, Clasa a VI-a
3. *A. Bălăucă și colaboratorii* ⇨ *ARITMETICĂ. ALGEBRĂ. GEOMETRIE*, Clasa a VII-a
4. *A. Bălăucă și colaboratorii* ⇨ *ALGEBRĂ. GEOMETRIE*, Clasa a VIII-a
5. *A. Bălăucă și colaboratorii* ⇨ *MATEMATICĂ PENTRU ACTIVITĂȚI OPȚIONALE*, Clasele V-VIII

COLECȚIA DIDACTICA – LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ

1. *I. Cojocaru, E. Butnaru* ⇨ *LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ*, Clasa a V-a
2. *I. Cojocaru, E. Butnaru* ⇨ *LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ*. Clasa a VI-a
3. *I. Cojocaru și colaboratorii* ⇨ *LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ*. Clasa a VII-a
4. *E. Butnaru și colaboratorii* ⇨ *LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ*, Clasa a VIII-a

COLECȚIA DIDACTICA – CONCURSURI ȘI OLIMPIADE

1. *A. Bălăucă* ⇨ *MATEMATICĂ. OLIMPIADE ȘI CONCURSURI*, Clasa a V-a
2. *A. Bălăucă* ⇨ *MATEMATICĂ. OLIMPIADE ȘI CONCURSURI*, Clasa a VI-a
3. *A. Bălăucă* ⇨ *MATEMATICĂ. OLIMPIADE ȘI CONCURSURI*, Clasa a VII-a
4. *A. Bălăucă* ⇨ *MATEMATICĂ. OLIMPIADE ȘI CONCURSURI*, Clasa a VIII-a
5. *A. Bălăucă și colaboratorii* ⇨ *MATEMATICĂ. OLIMPIADELE NAȚIONALE ALE ROMÂNIEI ȘI REPUBLICII MOLDOVA. BALCANIADA DE MATEMATICĂ PENTRU JUNIORI*, Clasele VI - VIII
6. *A. Bălăucă* ⇨ *CONCURSURI BOTOȘĂNENE DE MATEMATICĂ*
7. *C. Budeanu, C. Constantin, J. Grigoraș, I. Nechifor, A. Păduraru* ⇨ *CONCURSUL DE MATEMATICĂ „FLORICA T. CÂMPAN"*, Clasele IV-VIII
8. *C. Savu, E. Savu* ⇨ *CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ANGHEL SALIGNY"*

COLECȚIA DIDACTICA – TESTĂRI NAȚIONALE

1. *A. Bălăucă și colaboratorii* ⇨ *ARITMETICĂ. ALGEBRĂ. GEOMETRIE – 182 DE TESTE ȘI SINTEZE PENTRU TESTAREA NAȚIONALĂ*, Clasele V-VIII
2. *I. Cojocaru, E. Butnaru, L. Buhaciuc* ⇨ *LIMBA ȘI LITERATURA ROMÂNĂ – 88 DE TESTE ȘI SINTEZE PENTRU RECAPITULARE ȘI EVALUARE ÎN VEDEREA PREGĂTIRII TESTĂRII NAȚIONALE PENTRU ADMITEREA ÎN LICEU*, Clasele V-VIII
3. *C. Leșan, P. Leșan* ⇨ *ISTORIA ROMÂNILOR – TESTE ȘI SINTEZE PENTRU TESTAREA NAȚIONALĂ*, Clasa a VIII-a
4. *M. Petrea, I. Mintici, D. Mintici* ⇨ *GEOGRAFIA ROMÂNIEI – TESTE ȘI SINTEZE PENTRU TESTAREA NAȚIONALĂ ȘI CONCURSURILE ȘCOLARE*

Scanned with OKEN Scanner

Din aceeaşi colecţie
Editura TAIDA vă recomandă:

CLASA a VII-a

- Matematică. 33 de variante de teste pentru teza cu subiect unic, Semestrul II
- Limba şi literatura română. 33 de variante de teste pentru teza cu subiect unic, Semestrul II

CLASA a VIII-a

- Limba şi literatura română. 33 de variante de teste pentru teza cu subiect unic, Semestrul II
- Geografia României. 20 variante de teste pentru teza cu subiect unic, Semestrul II
- Istoria românilor. 15 variante de teste pentru teza cu subiect unic, Semestrul II

ISBN 973766955-X
9 789737 669551

Preț: 6 lei

Scanned with OKEN Scanner